



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ  
19 martie 2016



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil filologie / științe sociale

## BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE CLASA A IX-A

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + 1$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ .

a) Să se determine numerele  $a$  și  $b$  știind că funcția admite valoarea minimă  $-\frac{5}{4}$ , iar graficul funcției este simetric față de dreapta de ecuație  $x = \frac{3}{4}$ .

b) Aflați aria triunghiului determinat de intersecțiile graficului cu axele de coordonate.

**Soluție.**

a)  $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{5}{4}$ ,  $-\frac{b}{2a} = \frac{3}{4}$  ..... 2 puncte

$9a^2 - 36a = 0$  ..... 1 punct

$a = 4, b = -6$  ..... 1 punct

b)  $G_f \cap (Ox): A(\frac{3-\sqrt{5}}{4}, 0), B(\frac{3+\sqrt{5}}{4}, 0); G_f \cap (Oy): C(0,1)$  ..... 2 puncte

$A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot OC}{2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$  ..... 1 punct

2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$ .

a) Calculați suma  $S_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

b) Determinați valorile numărului natural  $n$  pentru care  $[S_n] = 3$ , unde cu  $[S_n]$  s-a notat partea întreagă a numărului  $S_n$ .

**Soluție.**

a)  $S_n = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$  ..... 1 punct

$S_n = \sqrt{n+1} - 1$  ..... 2 puncte

b)  $[\sqrt{n+1} - 1] = 3 \Leftrightarrow 3 \leq \sqrt{n+1} - 1 < 4$  ..... 2 puncte

$15 \leq n < 24$  ..... 1 punct

$n \in \{15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23\}$  ..... 1 punct

3. Fie  $ABCD$  un paralelogram și punctele  $M, N, P, Q$  pe laturile  $[AB], [BC], [CD]$  și respectiv  $[DA]$  astfel încât  $\overline{AM} = a\overline{MB}, \overline{BN} = a\overline{NC}, \overline{CP} = a\overline{PD}, \overline{DQ} = a\overline{QA}, a > 0$ .
- a) Demonstrați că patrulaterul  $MNPQ$  este paralelogram.  
 b) Arătați că dreptele  $AC, BD, MP, NQ$  sunt concurente.

**Soluție.**

- a)  $\overline{AM} = a\overline{MB}, \overline{CP} = a\overline{PD}, \overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow \overline{AM} = \overline{PC}$  ..... 1 punct  
 $\overline{BN} = a\overline{NC}, \overline{DQ} = a\overline{QA}, \overline{AD} = \overline{BC} \Rightarrow \overline{QA} = \overline{CN}$  ..... 1 punct  
 $\overline{QM} = \overline{PN} \Rightarrow MNPQ$  este paralelogram..... 2 puncte  
 b)  $MBPD$  este paralelogram..... 1 punct  
 $BNDQ$  este paralelogram..... 1 punct  
 $[AC], [BD], [MP], [NQ]$  au același mijloc..... 1 punct

4. Coborând în interiorul pământului, la fiecare 30,5m temperatura crește cu  $1^\circ\text{C}$ . Dacă la suprafața Pământului temperatura este de  $10^\circ\text{C}$ , atunci:
- a) Ce temperatură va fi la adâncimea de 1098m ?  
 b) La ce adâncime temperatura atinge punctul de fierbere al apei ?

**Soluție.**

- a)  $T(n)$  = temperatura la  $n$  metri.  $T(n) = 10 + \frac{n}{30,5}$  ..... 2 puncte  
 $T(1098) = 10 + \frac{1098}{30,5}$  ..... 1 punct  
 $T(1098) = 46^\circ\text{C}$  ..... 1 punct  
 b)  $10 + \frac{n}{30,5} = 100$  ..... 2 puncte  
 $n = 2745\text{m}$  ..... 1 punct