



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL  
DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ  
19 martie 2016

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

1. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

a) Calculați  $A^2$  și  $A^3$ .

b) Arătați că  $A^{2016} = 2016A - 2015I_2$ .

c) Rezolvați ecuația  $X^2 = A$ , unde  $X$  este o matrice pătratică de ordinul 2, cu elemente numere reale.

2. Se consideră matricele  $A(x) = \begin{pmatrix} 1+2x & 0 & 4x \\ 0 & 1 & 0 \\ -x & 0 & 1-2x \end{pmatrix}$ ,  $x$  număr real.

a) Calculați  $\det(A(x))$ .

b) Arătați că are loc egalitatea  $A(x) \cdot A(y) = A(x+y)$ , oricare ar fi  $x$  și  $y$  numere reale.

c) Calculați  $P = A\left(\frac{1}{1 \cdot 2}\right) \cdot A\left(\frac{1}{2 \cdot 3}\right) \cdot \dots \cdot A\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)$ , unde  $n$  este număr natural nenul.

3. În reperul cartezian  $(xOy)$  se consideră punctele  $A_n(n-1, 2n+1)$ ,  $n$  număr natural.

a) Scrieți ecuația dreptei  $A_0A_1$ .

b) Arătați că punctele  $A_0, A_1, A_n$  sunt coliniare oricare ar fi numărul natural  $n$ ,  $n \geq 2$ .

c) Determinați numărul natural  $n$ ,  $n \geq 2$ , astfel încât aria triunghiului  $OA_1A_n$  să fie 3.

4. În fiecare nod rezultat din intersecțiile celor 7 linii și 7 coloane ale unui tablou pătratic se află câte o albină. La un moment dat toate albinele zboară și fiecare se așează pe un nod vecin, de pe aceeași linie sau coloană cu cel de pe care a zburat. Să se arate că există un nod pe care nu s-a așezat nicio albină.

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.