

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘICONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

CLASA a XII-a

Problema 1.Fie pe mulțimea \mathbb{Z} a numerelor întregi legea de compoziție " \circ ", dată prin $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$, (\forall) $x, y \in \mathbb{Z}$.

- Verificați $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, (\forall) $x, y \in \mathbb{Z}$.
- Demonstrați că " \circ " este comutativă și asociativă.
- Stabiliți dacă structura $(\mathbb{Z}; \circ)$ are element neutru.
- Dacă $d_1, d_2, d_3, \dots, d_{4034}$ sunt divizorii întregi ai numărului 2^{2017} , calculați $d_1 \circ d_2 \circ d_3 \dots \circ d_{4034}$.

Problema 2.Consumul de energie electrică realizat de familia Popescu, pe durata a 24 ore, este modelat de o funcție $K : [0; 24] \rightarrow \mathbb{R}_+$, cu $K(0) = 0$ și care este derivabilă și verifică $K'(t) = (t+1)e^{1-t}$, (\forall) $t \in [0; 24]$, iar $K(t)$ reprezintă cantitatea de energie electrică consumată în intervalul de timp $[0; t]$, exprimat în Kw/h .

- Demonstrați că $F(t) = -(t+1) \cdot e^{-t}$, $t \in \mathbb{R}$, este primitivă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(t) = t \cdot e^{-t}$.
- Demonstrați $K(t) = 2e - (t+2) \cdot e^{1-t}$, (\forall) $t \in [0; 24]$.
- Verificați că în prima oră familia Popescu consumă mai puțin de $2,5 Kw/h$.
- Considerând, pe parcursul unei zile, intervalele orare $[0; 1]$, $[1; 2]$, $[2; 3]$, ..., $[23; 24]$, arătați că cel mai mare consum de energie electrică se realizează în intervalul orar $[0; 1]$.

Problema 3.Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} / a, b \in \mathbb{Z}_6 \right\}$.

- Determinați numărul elementelor mulțimii G .
- Arătați că $(G; +)$ este grup abelian.
- Calculați suma elementelor mulțimii G .

Problema 4.Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

- Demonstrați că $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{13}{3}$.
- Calculați $\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{x \cdot f(x)}$.
- Calculați $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^4} \int_0^x t^3 f(t) dt$

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.