MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

CLASA a IX-a

Problema 1.
Considerăm progresia aritmetică $(a_n)_{n\ge1}$, $a_n = 2n-1$, $n\in\mathbb{N}^*$ și progresia geometrică $(b_n)_{n\ge1}$, $b_n = 2^{2n-1}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

a) Determinați $n\in\mathbb{N}^*$ încât $a_1+a_2+a_3+...+a_n = 2018^2$.

b) Demonstrați că rezultatul calculului $b_{n+1}-3(b_1+b_2+...+b_n)$ nu depinde de $n\in\mathbb{N}^*$.

c) Demonstrați că pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$ are loc inegalitatea $b_n \ge 1+a_n$.

Problema 2.
Spunem că perechea de numere naturale nenule $(m;n)$ este *interesantă* dacă $0,(3) < \frac{m}{n} < 0,34$.

a) Stabiliți dacă perechea $(330;1000)$ este interesantă.

b) Determinați valorile posibile ale lui n astfel încât perechea $(330;n)$ să fie interesantă.

c) Aflați câte perechi de numere interesante de forma $(m;1000)$ sunt.

d) Determinați m și n astfel încât perechea $(m;n)$ să fie interesantă și m să aibă valoare minimă.

Problema 3.
Un atlet aleargă în jurul unui teren de formă dreptunghiulară $ABCD$ cu lungimea de $150m$ și lățimea de $50m$, pe traseul $A\to B\to C\to D\to A\to B\to ...$ și fără a-și schimba sensul de alergat.
El pleacă din A cu zero puncte și de fiecare dată când ajunge într-unul din vârfurile $B, C, D, A, B, C,...$ primește puncte după următoarea regulă: câte 1 punct în B; câte 2 puncte în C; câte 3 puncte în D; câte 4 puncte în A.

a) Aflați în ce punct s-a aflat atletul în momentul în care a înregistrat 53 de puncte.

b) Determinați câți kilometri a parcurs atletul de la momentul plecării până când a înregistrat 53 de puncte.

c) Aflați dacă atletul poate obține exact 2018 puncte.

Problema 4.
Considerăm paralelogramul $ABCD$ și punctele $M\in(DC)$, $N\in(BM)$ astfel încât $DM=3MC$ și $BN=4NM$.

a) Verificați că $\overrightarrow{MC}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

b) Demonstrați că $\overrightarrow{BM}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

c) Exprimați vectorul $\overrightarrow{AN}$ în funcție de vectorii $\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AD}$.

d) Arătați că punctele A, N, C sunt coliniare și calculați valoarea raportului $\frac{AN}{NC}$.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*