MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Clasa a XI -a

Problema 1.
În factura pe care o primește o familie de la S.C.Apavital Iași se află următoarele informații:

Servicii	Cantitatea	Preț/lei/ m^3	Cota TVA
Apă rece potabilă	$17m^3$	$3,40$	9%
Canalizare apă	$17m^3$	$2,53$	19%

a) Ce sumă îi revine Societății Comerciale Apavital Iași pentru serviciile furnizate?
b) Ce sumă pleacă la bugetul de stat?
c) Ce procent reprezintă suma ce pleacă la bugetul de stat din suma totală plătită de familie?

SOLUȚIE:
a) Societății îi revine suma fără TVA 2p
$17\cdot(3,40+2,53)=17\cdot 5,93=100,81$ (lei)........ 1p
b) La bugetul de stat pleacă $9\%\cdot(17\cdot 3,40)+19\%\cdot(17\cdot 2,53)=$ 1p
$5,20+8,17=13,37$ (lei)........ 1p
c) Suma plătită de familie $100,81+13,37=114,18$ (lei)........ 1p
$13,37:114,18\cdot 100\cong 11,7\%$ 1p

Problema 2.
În tabelul de mai jos este prezentată distribuția elevilor dintr-o școală generală după înălțime.

Înălțimea(cm)	$[150,154)$	$[154,158)$	$[158,162)$	$[162,166)$	$[166,170)$	$[170,174]$
Număr de elevi	38	65	175	190	111	62

a) Demonstrați că $|M_o-M_e|<0,3\,\text{cm}$ (M_o = dominanta, M_e = mediana).
b) Care dintre caracteristicile M_o , M_e este reprezentativă pentru populația statistică din această școală?
c) Câți elevi au înălțimea cuprinsă în intervalul $\left[\overline{X}+\left|\overline{X}-M_e\right|,\overline{X}+\left|\overline{X}-M_o\right|\right]$ ($\overline{X}$ = înălțimea medie)?

SOLUȚIE:
a) $[162,166)$ este clasa modală, iar

$M_o=l+\dfrac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\cdot k=162+\dfrac{190-175}{(190-175)+(190-111)}\cdot(166-162)\cong 162,63$ cm 1p

$M_e=l+\dfrac{k}{n_i}\cdot(C_M-N_{i-1})=162+\dfrac{166-162}{190}\cdot\left[321-(38+65+175)\right]\cong 162,90$ cm .... 1p unde l este limita inferioară a clasei modale, k este amplitudinea clasei modale, Δ_1 şi Δ_2 sunt valorile absolute ale diferenţelor dintre frecvenţa clasei modale şi aceea a clasei anterioare ei, respectiv clasei următoare, C_M este cota medianei, iar N_{i-1} este frecvenţa absolută cumulată crescătoare până la clasa mediană.

$|M_o - M_e| \cong 0,27 < 0,3\,\text{cm}$.. 1p

b) $\overline{X} = \frac{38\cdot 152 + 65\cdot 156 + 175\cdot 160 + 190\cdot 164 + 111\cdot 168 + 62\cdot 172}{641} \cong 162,85\,\text{cm}$ 1p

M_e este reprezentativă deoarece este mai apropiată de $\overline{X}$ 1p

c) $\left[\overline{X} + |\overline{X} - M_e|, \overline{X} + |\overline{X} - M_o|\right] = [162,90\,;163,07]$ 1p

Partea întreagă a numărului $(163,07 - 162,90) : \frac{166-162}{190}$ este 8 (elevi) 1p

Problema 3.

a) Fie G un graf cu n vârfuri ($n \geq 3$) şi $\frac{n^2 - 3n + 4}{2}$ muchii. Să se demonstreze că G nu are vârfuri izolate.

b) Un grup format din 15 elevi joacă 92 partide de șah. Știind că orice pereche de elevi joacă cel mult o partidă, să se demonstreze că fiecare elev joacă cel puțin o partidă de șah.

SOLUȚIE:

a) Dacă există un vârf izolat, numărul maxim de muchii este $C_{n-1}^2 = \frac{(n-2)(n-1)}{2}$ 2p

$\frac{(n-2)(n-1)}{2} < \frac{n^2 - 3n + 4}{2}$ 1p

Finalizare.. 1p

b) Asociem un graf cu 15 vârfuri și 92 muchii.. 1p

Dacă există un vârf izolat, numărul maxim de muchii este $C_{14}^2 = \frac{13\cdot 14}{2} = 91 < 92$ 1p

Finalizare.. 1p

Problema 4.

Este cunoscut rezultatul: “ **Pentru orice graf conex planar $G = (X, U)$ cu mai mult de trei vârfuri avem următoarea inegalitate $|U| \leq 3|X| - 6$**”. Să se demonstreze că orice graf complet cu $|X| \geq 5$, nu este planar ($|X|$ este cardinalul mulțimii X).

SOLUȚIE:

Demonstrăm că $|U| > 3|X| - 6$ este adevărată pentru orice graf complet cu $|X| \geq 5$ 3p

Notăm $|X| = n$.

$|U| > 3|X| - 6 \Leftrightarrow C_n^2 > 3n - 6 \Leftrightarrow \frac{(n-1)\cdot n}{2} > 3n - 6$ 2p

$\frac{(n-1)\cdot n}{2} > 3n - 6 \Leftrightarrow (n-3)(n-4) > 0$ 1p

Finalizare.. 1p