

**CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"****ETAPA JUDEȚEANĂ
10 martie 2018****Filiera Teoretică : profilul Uman****Clasa a XII-a****Problema 1.**

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, a, b, c numere reale.

- Calculați B^2 și B^3 .
- Calculați B^{2018} .
- Demonstrați că $A = a \cdot I_3 + b \cdot B + c \cdot B^2$.

Problema 2.

Fie punctele $A(1, 3)$, $B(2, -1)$, $C(-2, 2)$, $D(a, 3a-2)$, unde a este un număr real.

- Calculați aria triunghiului ABC .
- Pentru ce valori ale numărului real a , punctele A, B, D sunt coliniare?

Problema 3.

Fie x un număr real și matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & x^2-1 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix}$.

- Demonstrați că $(A(x))^2 = 2x \cdot A(x)$, pentru orice x număr real.
- Aflați numărul real x astfel încât $(A(x))^4 + (A(x))^2 = O_2$.
- Demonstrați că nu există matrice X de ordinul 2 cu elementele numere reale astfel încât $X^2 = A(0)$.

Problema 4.

Numim cod o matrice A de ordin 3 care are trei elemente egale cu 1, iar restul egale cu 0. Dacă, în plus, $\det A \neq 0$, codul se numește supercod.

- Dați exemplu de un cod și un exemplu de supercod.
- Dacă A este un supercod, arătați că pe fiecare linie și pe fiecare coloană există un singur 1.
- Care este numărul codurilor pe care le putem forma?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.