MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
16 martie 2019

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Clasa a XI -a

Problema 1.

BAREM:

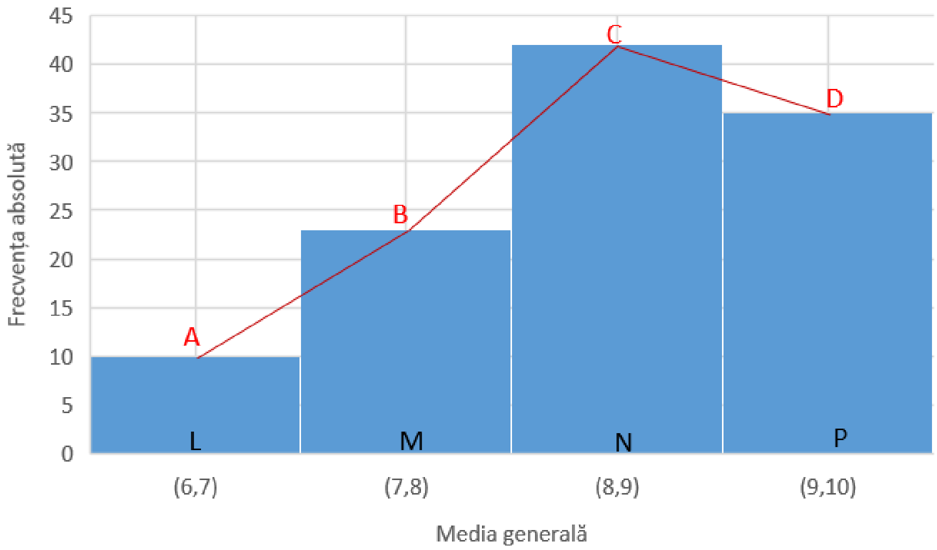
a)

INTERVALE DE VARIAȚIE (I_i)	FRECVENȚA ABSOLUTĂ (n_i)
$I_1 = [6,7)$	10
$I_2 = [7,8)$	23
$I_3 = [8,9)$	42
$I_4 = [9,10]$	35

..........2p

b) $p\% = \frac{n_3+n_4}{110} \cdot 100\ (\%) = \frac{42+35}{110} \cdot 100(\%) = 70\%$ 2p

c)



..........1p

$A = A_{ABML} + A_{BCNM} + A_{CDPN}$

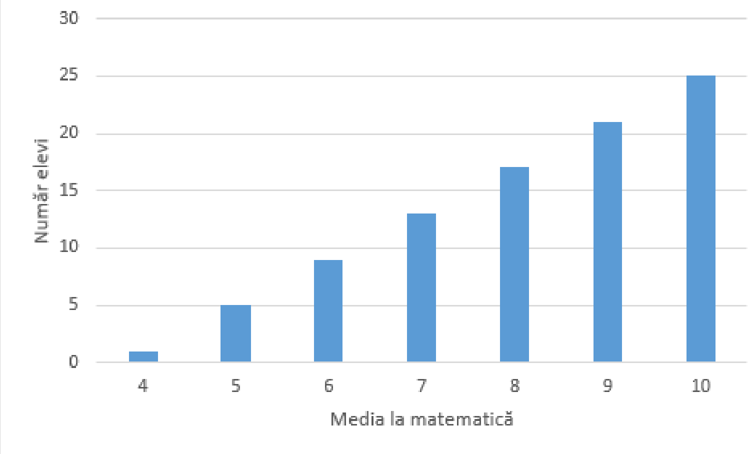
$A = \frac{(10+23)\cdot 1}{2} + \frac{(23+42)\cdot 1}{2} + \frac{(42+35)\cdot 1}{2} = 87,5\ (u^2)$ 2p

Problema 2.

BAREM:

a) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow \frac{a^2+b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ 1p

$2a^2 + 2b^2 \geq a^2 + 2ab + b^2 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ ....1p b)



....1p

c)

$$m_p = \frac{4 \cdot 1 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 9 + 7 \cdot 13 + 8 \cdot 17 + 9 \cdot 21 + 10 \cdot 25}{1 + 5 + 9 + 13 + 17 + 21 + 25} = 8{,}23$$

$$m_a = \frac{4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10}{7} = 7$$

Deoarece peste 40% din populație corespunde valorilor 8 și 9 și doar aproximativ 14% din populație corespunde valorii 7, media aritmetică ponderată caracterizează mai bine distribuția populației. 1p

d) $f: R \to R, f(x) = ax + b, A(4,1), B(5,5) \in Gf$

$f: R \to R, f(x) = 4x - 15$

Celelalte puncte verifică relația $f(m_i) = n_i$. 1p

e) numărul termenilor din sumă este $n = \frac{2021-1}{4} + 1 = 506$

termenii din sumă sunt în progresie geometric cu rația 2^4 ....1p

$2^1 + 2^5 + 2^9 + 2^{13} + 2^{17} + \dots + 2^{2021} = 2 \cdot \frac{(2^4)^{506} - 1}{2^4 - 1} = \frac{2}{15}(2^{2024} - 1) < 2^{2024} - 1$ 1p

Problema 3.

BAREM:

a) (x_1, x_2, x_4, x_1) sau $(x_1, x_2, x_4, x_6, x_1)$ sau (x_1, x_4, x_6, x_1) 1p

b) numărul muchiilor este 7, iar $d(x_1) + ... + d(x_1) = 3 + 2 + 1 + 3 + 2 + 3 = 14$, deci egalitatea este adevărată.. 1p

c) $(x_1, x_3); (x_1, x_5); (x_2, x_3); (x_2, x_5); (x_2, x_6); (x_3, x_4); (x_3, x_6); (x_4, x_5)$ 2p

d) Lungimile celor două trasee sunt $a + \frac{1}{a}$ și $b + \frac{1}{b}$. Utilizează $0 < a < b < 1$ pentru a demonstra inegalitatea

$a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{(a-b)(ab-1)}{ab} > 0$ 2p

Concluzia: traseul cel mai scurt este (x_1, x_6, x_4) 1p

Problema 4.

BAREM:

a) În primul an va fi o singură afecțiune; în al doilea an vor fi $1 + 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 = 4$; în al treilea an vom avea $1 + 4 + 2 \cdot 1 \cdot 4 = 13$; în al patrulea an $1 + 13 + 2 \cdot 1 \cdot 13 = 40$, iar în al cincilea an $1 + 40 + 2 \cdot 1 \cdot 40 = 121$ 2p

b) $a_n = 1 + 3a_{n-1} = 1 + 3(1 + 3a_{n-2}) = ... = 1 + 3 + 3^2 + ... + 3^{n-1} = \frac{3^n - 1}{2}$ 2p

c) regula de apariție a afecțiunilor este $a+b+2ab$, iar numărul adăugat anual este $a=1$, pentru care obținem regula $1+3b \Rightarrow$ conform b), după n ani, $\frac{3^n-1}{2}$ 2p

Concluzia: $\frac{3^n-1}{2} < \frac{3^n}{2}$ este adevărată pentru $\forall n \in \mathbb{N}^*$ 1p