

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA A X-A

Subiectul I

Se consideră dezvoltarea $\left(\frac{\sqrt{2^x}}{\sqrt[16]{8}} + \frac{\sqrt[16]{32}}{\sqrt{2^x}} \right)^n, n \in N^*, x \in R.$

- a. Determinați n astfel încât $C_n^2 = C_n^1 + 20.$
- b. Pentru $n=8,$ determinați valorile lui $x,$ astfel încât diferența dintre termenii al șaselea și al patrulea ai dezvoltării să fie 56.

Subiectul II

- a. Găsiți $n \in N^*,$ dacă $C_n^0, C_n^1, C_n^2, C_n^3,$ în această ordine formează o progresie aritmetică.
- b. Dacă $0 < a < b < c < d,$ iar $a+d=b+c,$ arătați că $a^n + d^n > b^n + c^n, \forall n \in N, n \geq 2.$
- c. Arătați că $(C_6^3)^{2008} + (C_6^0)^{2008} > (C_6^1)^{2008} + (C_6^2)^{2008}.$

Subiectul III

Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC, iar M un punct situat în interiorul triunghiului.

- a. Arătați că $\overline{AM} \cdot \overline{BC} + \overline{BM} \cdot \overline{CA} + \overline{CM} \cdot \overline{AB} = 0.$
- b. Dacă $AM \perp BC,$ iar $BM \perp CA,$ arătați că $MC \perp AB.$

Subiectul IV

Un meci de fotbal între echipele A și B s-a încheiat cu scorul de 4 la 3 în favoarea echipei A. Dacă echipa B nu a condus nici un moment, precizați în câte moduri se poate ajunge la acest scor.

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7