

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA A XI-A

Subiectul I

- a. Dacă $A_n (n, n^2 + 3), n \geq 1$ sunt puncte în plan ,arătați că aria triunghiului $A_n A_{n+1} A_{n+2}$ este independentă de n .
- b. Dacă M este o matrice pătratică de ordinul 3 cu elementele aparținând mulțimii $\{0,1,2,3,4\}$, iar determinantul matricei M este număr impar, atunci cel puțin trei elemente ale matricei sunt numere impare.

Subiectul II

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & -c & b \\ -b & c & 0 & -a \\ -c & -b & a & 0 \end{pmatrix}$ cu $a, b, c \in \mathbb{R}$.

- a. Pentru $a=b=c=1$ să se calculeze $\det(A)$.
- b. Să se calculeze $A \cdot A^t$, unde A^t reprezintă transpusa matricei A .
- c. Să se demonstreze că A este inversabilă pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}^*$.

Subiectul III

O familie de albine produce de la începerea activității până la un moment t o cantitate de miere exprimată de formula $M(t) = k \cdot t^2 \cdot e^{-\lambda t}$ (inclusiv consumul intern), unde k, λ sunt constante strict pozitive ($\lambda \approx 0.03$). Determinați după cât timp trebuie făcută recoltarea pentru a obține o cantitate maximă de miere.

Subiectul IV

Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$.

- a. Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.
- b. Să se demonstreze că funcția f are două puncte de extrem.

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7