

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI

Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A IX-A

Subiectul 1.

- a)
- r rația ; $a_m = a_1 + (m-1)r$, $a_n = a_1 + (n-1)r$, $a_p = a_1 + (p-1)r$ 1p
- Înlocuiește corect relația dată 1p
- Tratează cazul $r = 0 \Rightarrow \alpha \in \mathbb{Q}$ 1p
- Tratează cazul $r \neq 0 \Rightarrow \alpha = \frac{m-p}{n-p} \in \mathbb{Q}$ 1p

- b) 3p

Fie $a_n = \sqrt{2}$, $a_p = \sqrt{3}$, din punctul a) $\Rightarrow (\exists) \alpha_m \in \mathbb{Q}$ astfel încât

- $a_m = \alpha_m \sqrt{2} + (1 - \alpha_m) \sqrt{3}$ 1p
- Arată că $a_m \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, (\forall) \alpha_m \in \mathbb{Q}$ 2p

Subiectul 2.

- Ecuția $A \cdot x^2 + B \cdot x + C = 0$ are soluții reale $\Rightarrow B^2 \geq 4AC \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 100b_1^2 + 20b_1b_2 + b_2^2 \geq 400a_1c_1 + 40(a_1c_2 + a_2c_1) + 4a_2c_2$ (relația 1)..... 2p
- Presupunem că ecuațiile $a_1 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c_1 = 0$ și $a_2 \cdot x^2 + b_2 \cdot x + c_2 = 0$ nu au soluții reale, deci $b_1^2 < 4a_1c_1$ și $b_2^2 < 4a_2c_2$ (relația 2) 1p
- Deci $b_1b_2 < 4\sqrt{a_1a_2c_1c_2} \leq 2(a_1c_2 + a_2c_1)$ (relația 3) 2p
- Folosind relațiile 2 și 3 obținem:
 $100b_1^2 + 20b_1b_2 + b_2^2 < 400a_1c_1 + 40(a_1c_2 + a_2c_1) + 4a_2c_2$, contradicție cu relația 1 2p

Subiectul 3.

- a) Realizarea desenului corespunzător relațiilor vectoriale 1p
- $\overline{MN} = \frac{12\overline{AC} - 5\overline{AB}}{20}$ 2p
- $\overline{NP} = \overline{NC} + \overline{CP} = \frac{2}{5}\overline{AC} + \frac{2}{7}\overline{BC} = \frac{24\overline{AC} - 10\overline{AB}}{35}$ 2p
- b) Din a) rezultă $4\overline{MN} = \frac{7}{2}\overline{NP}$, deci M, N, P sunt coliniare 2p

Subiectul 4.

- a) Fie n numărul de mașini vândute, $n \in \mathbb{N}$
- $f(n) = 400 + \begin{cases} 300 \cdot n, n \leq 20 \\ 6000 + (n - 20) \cdot 400, n > 20 \end{cases}$ 4p
- $f(10) = 400 + 3000 = 3400$ lei 1p
- b) $6400 + (n - 20) \cdot 400 = 10000 \Rightarrow n = 29$ mașini 2p