

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A X-A

Subiectul 1.

- a) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc \mid \cdot 2$ 2p
 $(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ac + a^2) = \dots\dots\dots$
 $= (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0 \dots\dots\dots$ 1p
 cu egalitate pentru $a = b = c \dots\dots\dots$ 1p
 b) Notăm $a = 2^x, b = 3^x, c = 5^x$ și ecuația se scrie $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc \dots\dots\dots$ 1p
 din a) rezultă $a = b = c$, deci $2^x = 3^x = 5^x \dots\dots\dots$ 1p
 Finalizare $x = 0 \dots\dots\dots$ 1p

Subiectul 2.

- a) $y = x + 2$, ecuația dreptei $A_0A_1 \dots\dots\dots$ 1p
 b) Se observă că punctele $A_n(n, n + 2), n \in \mathbb{N}$ aparțin dreptei $A_0A_1 \dots\dots\dots$ 1p
 Se obțin 2010 drepte $\dots\dots\dots$ 1p
 c) Aria $\triangle OA_nA_{2008}$ este minimă atunci când A_nA_{2008} are lungime minimă $\dots\dots\dots$ 1p
 $A_nA_{2008} = \sqrt{(n - 2008)^2 + (n + 2 - 2010)^2} = |n - 2008| \sqrt{2} \dots\dots\dots$ 2p
 $|n - 2008| = 1 \Rightarrow n \in \{2007, 2009\} \dots\dots\dots$ 1p

Subiectul 3.

- a) $T_{k+1} = C_{100}^k \cdot 2^{\frac{100-k}{2}} \cdot 3^{\frac{k}{2}} \in \mathbb{Q} \Rightarrow k \in \{0, 2, \dots, 100\}$, 51 termeni raționali $\dots\dots\dots$ 2p
 b) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^{100} = \sum_{k=0}^{100} (-1)^k C_{100}^k \cdot 2^{\frac{50-k}{2}} \cdot 3^{\frac{k}{2}} = \sum_{k=0}^{50} C_{100}^{2k} \cdot 2^{50-k} \cdot 3^k - \sum_{k=0}^{49} C_{100}^{2k+1} \cdot 2^{\frac{99-k}{2}} \cdot 3^{k+\frac{1}{2}} =$
 $= S - T \dots\dots\dots$ 2p
 c) Din b) $S - T = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{100} > 0 \Rightarrow S > T \dots\dots\dots$ 1p
 d) $S - T = (\sqrt{2} - \sqrt{3})^{100} = \frac{1}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{100}} < \frac{1}{3^{100}} \dots\dots\dots$ 2p

Subiectul 4.

- $p_1 =$ prețul inițial, $p_2 =$ prețul final, $i_1 =$ încasările inițiale, $i_2 =$ încasările finale
 $n_1 =$ nr. inițial de spectatori, $n_2 =$ nr. final de spectatori 1p
 $p_2 = \frac{140}{100} p_1 = \frac{7}{5} p_1 \dots\dots\dots$
 $i_2 = \frac{126}{100} i_1 = \frac{63}{50} i_1 \dots\dots\dots$ 1p
 $i_1 = p_1 n_1, i_2 = p_2 n_2 \dots\dots\dots$ 2p
 Deci $\frac{63}{50} p_1 n_1 = p_2 n_2 \Leftrightarrow \frac{63}{50} p_1 n_1 = \frac{7}{5} p_1 n_2 \Leftrightarrow n_2 = \frac{9}{10} n_1 \dots\dots\dots$ 2p
 Finalizare: numărul de spectatori a scăzut cu 10% $\dots\dots\dots$ 1p