

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 16 - 18 mai 2008 IAȘI

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A IX-A

1. Fie $(a_n)_n$ o progresie aritmetică. Arătați că:

a) Pentru oricare trei numere naturale m, n, p distincte două câte două, există un număr rațional α astfel încât $a_m = \alpha \cdot a_n + (1 - \alpha) a_p$

b) Dacă $\sqrt{2}$ și $\sqrt{3}$ sunt termeni ai progresiei, atunci $a_m \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, (\forall) m \geq 1, m \in \mathbb{N}$

2. Considerăm cifrele nenule $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ și numerele $A = \overline{a_1 a_2}, B = \overline{b_1 b_2}, C = \overline{c_1 c_2}$.

Știind că ecuația $A \cdot x^2 + B \cdot x + C = 0$ are soluții reale, să se arate că cel puțin una din ecuațiile $a_1 \cdot x^2 + b_1 \cdot x + c_1 = 0$ sau $a_2 \cdot x^2 + b_2 \cdot x + c_2 = 0$ are soluții reale.

3. Fie $\triangle ABC$ și M, N, P puncte din plan astfel încât:

$$\overline{MA} = -\frac{1}{3} \overline{MB}, \overline{NC} = -\frac{2}{3} \overline{NA}, \overline{PC} = \frac{2}{9} \overline{PB}.$$

a) Exprimați vectorii \overline{MN} și \overline{NP} funcție de \overline{AB} și \overline{AC} .

b) Arătați că punctele M, N, P sunt coliniare.

4. Unui angajat al unei firme de autoturisme i se acordă, pe lângă salariul de bază de 400 de lei, și un comision din vânzări după cum urmează: dacă reușește să vândă până la 20 de mașini i se dă un comision de 300 lei pe mașină vândută, iar pentru ceea ce depășește 20 de mașini i se dă un comision de 400 de lei pe mașină vândută.

a) Determinați care este funcția pe baza căruia se calculează salariul vânzătorului și calculați cât primește el într-o lună pentru 10 mașini vândute.

b) Câte mașini trebuie să vândă pentru a câștiga 10000 lei într-o lună ?

Nota: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7