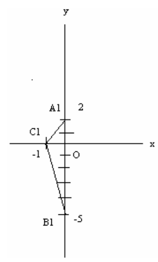
CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009
Filiera tehnologică : profil tehnic

BAREM DE CORECTARE - CLASA A IX A

1. a) Pentru x = 1 găsim $A_1(0; 2)$, $B_1(0; -5)$, $C_1(-1; 0)$ 2p

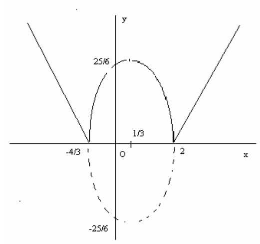
Conform formulei, avem: $A_{\triangle A_1B_1C_1} = \dfrac{baza \times inaltimea}{2}$ 1p

In cazul nostru: $A_{\triangle A_1B_1C_1} = \dfrac{C_1O \cdot A_1B_1}{2} = \dfrac{1 \cdot 7}{2} = \dfrac{7}{2}$ 1p



b) Funcția noastră este: $f(x) = \dfrac{A_xB_x \cdot C_xO}{2}$ 1p

Atunci $f(x) = \dfrac{\left|(3x+4)(x-2)\right|}{2} = \left|\dfrac{3}{2}x^2 - x - 4\right|$ 1p



1p

2. $a_1 = 132^o$ 1p

$a_k = 132^0 + (k-1) \cdot 2^0$. 1p

Suma primilor n termeni este $a_1 + a_2 + ... + a_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$ 1p

Adică $a_1 + a_2 + ... + a_n = \dfrac{\left[132^0 + 132^0 + (n-1)2^0\right] \cdot n}{2} = (n-2) \cdot 180^0$ 1p

Obținem ecuația $n^2 \cdot 1^o - 49^o n + 360^o = 0^o$ 1p

Care are soluțiile: n = 40 şi n = 9. .... 2p

3. a) Calculul $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AM}$ 4p

b) $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{PO_1}$, unde O_1 este mijlocul lui [AB] 1p

$\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PO_2}$, unde O_2este mijlocul lui [CD] 1p

Dar $\overrightarrow{PO_1} + \overrightarrow{PO_2} = \overrightarrow{PO}$, regula paralelogramului, de unde concluzia este imediată. 1p

Observație! Punctul a) se poate arăta în diverse moduri (de exemplu cu regual paralelogramului!)

4. Termenii sumei sunt numere naturale impare. 1p

Cum suma a n numere impare este pară (egală cu 0) atunci rezultă că n este par.. .... 1p

Observăm că $(x_1x_2) \cdot (x_2x_3) \cdot (x_3x_4) \cdot ... \cdot (x_{n-1}x_n) \cdot (x_nx_1) = (x_1x_2...x_n)^2 = 1$. 2p

De unde rezultă că există un număr par de termeni egali cu -1. .... 1p

Presupunem că există k factori egali cu –1 şi n – k factori egali cu 1, unde k este număr natural par. 1p

În egalitatea din enunț, avem k termeni egali cu –1 şi n–k termeni egali cu 1, deci $(-1) \cdot k + 1 \cdot (n-k) = 0$ adică $n - 2k = 0$, de unde $n = 2k$ şi cum k este par, rezultă că n este multiplu de 4. .... 1p