

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009
Filiera tehnologică : profil tehnic
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
CLASA A X A

I.

- a) Scrie condiția de perpendicularitate. 0.5p
 Obține pantele dreptelor 1p
 Finalizare: $\lambda = \frac{1}{3}$ 0.5p
- b) Obține ecuațiile dreptelor $d_0; d_3$ 1p
 Rezolva sistemul obținând punctul de intersecție $P\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ 2p
- c) Scrie ecuația sub forma: $d_\lambda : \lambda(x - y + 2) - x - y - 1 = 0$ 1p
 Obține punctul fix $P\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ 1p

II.

- a) Dezvoltă $(1 + \sin x)^{2009}$ 1p
 și $(1 - \sin x)^{2009}$ 1p
 Adună relațiile și ține cont că $\sin^{2p} x \leq 1$, obținând cerința 2p
- b) Verifică relația cerută 1p
 Considerăm șirul de numere întregi $n+1, n+2, \dots, n+2009$.
 Dacă toți termenii acestui șir sunt numere naturale nenule atunci, conform egalității de la punctul b), produsul $P=(n+1) \cdot (n+2) \cdot \dots \cdot (n+2009)$ este divizibil cu $2009!$ 0.5p
 Dacă unul din termenii șirului este egal cu 0, atunci produsul este 0 și se divide cu $2009!$0.5p
 Dacă toți termenii șirului sunt numere întregi negative, atunci considerăm $n+2009 = -m$, $m \in \mathbb{N}^*$ și produsul devine $P=(-m-2008)(-m-2007) \cdot \dots \cdot (-m-1)(-m) = (-1)^{2009} m(m+1) \cdot \dots \cdot (m+2008)$, care se divide cu $2009!$, deoarece $m \in \mathbb{N}^*$ și se aplică relația de la b).1p

III.

- a) Din enunț deduce $\varepsilon^2 + \varepsilon + 1 = 0$ 1p
 Obține $\varepsilon^{2009} = \varepsilon^2; (1 + \varepsilon)^{2006} = [(1 + \varepsilon)^2]^{1003} = \varepsilon$ 1p
- b) Înlocuiește pe x cu $\varepsilon^2 x$ și obține relația cerută 2p
- c) Obține $f(x) = 2 + \varepsilon^2 x$ 3p

IV

- a) Pentru trei competitori A,B,C distingem situațiile: $A=B=C; A=B>C; A=C>B; B=C>A; A>B=C; A>B>C. A>C>B$ și încă 6 cazuri in total 13 cazuri 2p
 Pentru patru competitori A, B, C, D distingem situațiile:

A>... 13 cazuri	A=D> 3 cazuri
B>.... 13 cazuri	B=C> 3 cazuri
C>..... 13 cazuri	B=D> 3cazuri
D>..... 13 cazuri	C=D> 3cazuri
A=B> 3 cazuri	Și alte 5 cazuri2p
A=C> 3 cazuri	

b) Deduce relația $\alpha_{10} = C_{10}^1 \alpha_9 + C_{10}^2 \alpha_8 + C_{10}^3 \alpha_7 + \dots + C_{10}^9 \alpha_1 + 1$ 3p