

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 22- 24 mai 2009

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA A IX A

1. Pentru fiecare număr $x \in \mathbb{R}$, se consideră în planul raportat la un sistem de coordonate xOy , punctele $A_x(0, x+1)$, $B_x(0, -2x-3)$, $C_x(x-2, 0)$.

a) Aflați aria triunghiului $\triangle A_1 B_1 C_1$.

b) Reprezentați grafic funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \text{aria}_{A_x B_x C_x}$.

2. Cel mai mic dintre unghiurile unui poligon convex măsoară 132° . Aflați numărul laturilor poligonului, știind că măsurile unghiurilor sale sunt numere în progresie aritmetică de rație 2. (Se știe că suma măsurilor unghiurilor unui poligon convex cu n laturi, $n \geq 3$, este $(n-2) \cdot 180^\circ$.)

3. a) Fie triunghiul $\triangle ABC$ și M mijlocul laturii BC . Arătați că:

$$\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}).$$

b) Coardele (AB) și (CD) ale unui cerc de centru O sunt perpendiculare și se intersectează în punctul P . Arătați că:

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD} = 2\overline{PO}.$$

4. Fie numerele x_1, x_2, \dots, x_n cu $x_k \in \{-1; 1\}$, $k = \overline{1, n}$. Știind că:

$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_4 + \dots + x_{n-1} x_n + x_n x_1 = 0,$$

arătați că numărul n este divizibil cu 4.

Nota: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.