CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTEARE CLASA A XII-A

Subiectul I

a) Matricea asociată sistemului este $A=\begin{pmatrix}1 & (-1)^{1+2}C_2^1 & (-1)^{1+3}C_3^1\\ 0 & 1 & (-1)^{2+3}C_3^2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$............................**2p**

Deci $\det A=\begin{vmatrix}1 & -2 & 3\\ 0 & 1 & -3\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=1$..**1p**

b) Sistemul devine $\begin{cases}x_1-2x_2+3x_3=6\\ x_2-3x_3=-7\\ x_3=3\end{cases}$ **1p**

,cu soluția $\left(\tilde{x}_1,\tilde{x}_2,\tilde{x}_3\right)=(1,2,3)$ **2p**

Finalizare S=6...**1p**

Subiectul II

$\begin{pmatrix}b_1 & b_2\\ b_3 & b_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\ a_3 & a_4\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}a_1^2+a_2a_3 & a_1a_2+a_2a_4\\ a_3a_1+a_3a_4 & a_2a_3+a_4^2\end{pmatrix}$..**1p**

Deci dacă $\begin{cases}a_2=a_1+r\\ a_3=a_1+2r\\ a_4=a_1+3r\end{cases}$, sau $\begin{cases}a_1=a-3x\\ a_2=a-x\\ a_3=a+x\\ a_4=a+3x\end{cases}$,atunci

$$\begin{cases}b_1=a_1^2+(a_1+r)(a_1+2r)=2a_1^2+3a_1r+2r^2\\ b_2=(a_1+r)(2a_1+3r)=2a_1^2+5a_1r+3r^2\\ b_3=(a_1+2r)(2a_1+3r)=2a_1^2+7a_1r+6r^2\\ b_4=(a_1+3r)^2+(a_1+r)(a_1+2r)=2a_1^2+9a_1r+11r^2\end{cases}$$ **4p**

şi atunci $b_3-b_2=\dfrac{(b_2-b_1)+(b_4-b_3)}{2}\ \Leftrightarrow\ 2a_1r+3r^2=\dfrac{2a_1r+r^2+2a_1r+5r^2}{2}$,

adevărat...**2p**

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009
Filiera teoretică, profil umanist

Subiectul III

a). $x, y \in M \Rightarrow \begin{cases} x \geq k \\ y \geq k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-k \geq 0 \\ y-k \geq 0 \end{cases}$ **1p**

şi atunci $x * y = (x-k)(y-k)+k \geq k$ **2p**

Finalizare $x * y \in M$ **1p**

b) $x * k = (x-k)(k-k)+k = k$ **1p**

c) demonstrează că $k * (k+1) = k$ **1p**

$\underbrace{(-k-1)*(-k)*...*(k-1)}_{x} * k * (k+1) = (x * k) * (k+1) = k * (k+1) = k$ **1p**

Subiectul IV

Din $ca = a \Rightarrow c =$ elementul neutru..**1p**

Dacă $ba = c$ atunci $b^2a = bc = b \Rightarrow a^2 = b$, şi cum a ar fi inversul lui b am avea $ab = c$ şi atunci rămâne că $ad = d$, deci şi d este element neutru, fals..........................**1p**

Rămâne că $ba = d$ şi atunci $bd = c \Rightarrow d$ este inversul lui $b \Rightarrow db = c$ **1p**

Din $bd = c \Rightarrow b^2d = bc = b,$ deci $ad = b \Rightarrow bad = b^2 \Rightarrow d^2 = b^2 = a$, deci rămâne că $da = b$ **1p**

Mai rămâne să-l evaluăm pe a^2. Evident $a^2 \neq a$ şi dacă $a^2 = b$, cum $b = ad$ rezultă că $a = d$, fals..**1p**

Dacă $a^2 = d$ cum $d = ba$, rezultă că $a = b$, deci rămâne că $a^2 = c$ şi atunci $ab = d$ **1p**

Finalizare

$\cdot$	a	b	c	d
a	c	d	a	b
b	d	a	b	c
c	a	b	c	d
d	b	c	d	a

....**1p**