

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009

Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A X-A

1. Fie $x \in \mathbb{Z}$ și $E(x) = \frac{3}{a^x + 3}$, $a \in \mathbb{R}^*$.

a) Aflați $a \in \mathbb{R}^*$ știind că $E(-1) + E(2) = 1$.

b) Pentru $a = 9$ arătați că $E(1-x) + E(x) = 1$, $\forall x \in \mathbb{Z}$.

c) Calculați suma $S = E(-2008) + E(-2007) + \dots + E(2009) = 1$.

2. Se consideră dreapta (d): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, unde $a, b > 0$, $a \neq b$, A și B punctele de intersecție ale dreptei (d) cu axele de coordonate Ox și Oy.

a) Să se determine coordonatele punctului C astfel încât patrulaterul OACB să fie dreptunghi.

b) Să se determine coordonatele punctului D astfel încât patrulaterul OADB să fie trapez dreptunghic de arie $2ab$.

c) Să se determine un punct M, de coordonate nenule, situat pe prima bisectoare astfel încât triunghiul ABM să fie dreptunghic în M.

d) Arătați că $OM \perp CM$.

3. În dezvoltarea binomului $(\sqrt{2^x} + \sqrt{2^{1-x}})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ suma coeficienților binomiali ai ultimilor trei termeni este egală cu 22. Să se afle valoarea lui x pentru care suma dintre termenul al treilea și al cincilea este egală cu 135.

4. Un elev vrea să depună 1000 RON într-un depozit la vedere cu durata de 2 ani, la care se practică o dobândă simplă anuală de 10%. În cazul în care banii sunt lăsați în bancă mai mult de 6 luni, la fiecare 3 luni suplimentare dobânda se majorează cu 2%. Aflați ce sumă ar putea fi ridicată de la bancă după: a) 6 luni, b) 1 an, c) 20 luni.

Nota: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7