CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ 22 - 24 mai 2009
Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A XII-A

1. Considerăm sistemul de ecuații

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 6 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = -7 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = 3 \end{cases},$$

unde $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{daca i=j} \\ 0, & \text{daca i>j} \\ (-1)^{i+j} C_j^i, & \text{daca i<j} \end{cases}$ şi A matricea asociată sistemului.

a) Să se calculeze $\det A$.

b) Să se calculeze $S = \tilde{x}_1 + \tilde{x}_2 + \tilde{x}_3$, unde $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)$ este soluția sistemului.

2. În mulțimea $M_2(R)$ se consideră egalitatea $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$. Să se arate că dacă a_1, a_2, a_3, a_4 sunt în progresie aritmetică, atunci $b_2 - b_1, b_3 - b_2, b_4 - b_3$ sunt în progresie aritmetică.

3. Se consideră mulțimea $M = [k, \infty)$, $k \in N$ şi legea de compoziție $x * y = xy - k(x + y) + k^2 + k$.

a) Să se demonstreze că dacă $x, y \in M$ atunci $x * y \in M$;

b) Să se arate că $x * k = k$, $(\forall) x \in R$;

c) Ştiind că legea este asociativă se calculeze $(-k-1)*(-k)*...*0*1*...(k+1)$.

4. Dacă $(M, \cdot)$ este un grup, unde $M = \{a, b, c, d\}$, atunci există un singur mod de a completa tabelul

$\cdot$	a	b	c	d
a				
b		a		
c	a			
d				

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7