

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA FINALĂ - 22 mai 2010

Filiera tehnologică : profil tehnic

BAREM DE CORECTARE CLASA A XI A

1. Fie $M = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$.
- Arătați că M conține măcar 2 elemente.
 - Justificați faptul că în M există cel puțin 2010 elemente.
 - Demonstrați că, dacă $A, B \in M$, atunci $A \cdot B \in M$.

Soluție:

- a) câte 1 p pentru fiecare exemplu dat 2p
- b) de exemplu $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{N}$ 3p
- c)
- dacă elevul alege 2 matrici concrete din mulțime și observă că produsul lor face parte din mulțime, primește un punct
 - dacă alege 2 matrici oarecare din M și arată că produsul este din M , atunci primește 2 puncte
- 2p

2. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a, & x \in (-\infty, 1) \\ b, & x = 1 \\ x^2 + cx, & x \in (1, \infty) \end{cases}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$

- Arătați că există numere a, b, c astfel încât funcția de mai sus să fie continuă.
- Să se determine toate valorile a, b, c pentru care f este derivabilă pe întreg domeniul de definiție.

Soluție:

- a) pentru calculul corect al limitei la stânga 1p
- pentru calculul corect al limitei la dreapta 1p
- finalizare 1p
- b) pentru derivata la stânga 1p
- pentru derivata la dreapta 1p
- finalizare 2p

3. Se numește cod de lungime 9 o matrice M de tip 3×3 care are drept elemente doar cifre nenule astfel încât fiecare cifră apare o singură dată.
- Să se arate că există măcar 2 coduri M de lungime 9 pentru care $\det M = 0$.
 - Determinați numărul total de coduri de lungime 9.
 - Există coduri M de lungime 9 pentru care $\det M$ este nenul și multiplu de 3?

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA FINALĂ - 22 mai 2010

Filiera tehnologică : profil tehnic

Soluție:

a) pentru fiecare exemplu corect cate 2p

de exemplu
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 6 & 8 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

b) deduce ca numărul total este 9! (pentru încercări concrete si corecte de a deduce numărul obține 1p) 2p

c) da un exemplu corect si calculează determinantul..... 3p

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 8 \\ 5 & 6 & 2 \\ 4 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Un drum este realizat de 2 constructori numiți A și B . Constructorul A realizează porțiunea de drum numită f, iar B realizează porțiunea de drum numită g. Se știe că $f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ și $g : [2\pi, 10] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$ și $g(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$.

a) Un autovehicul se deplasează din punctul M(0, 0) către punctul N(2π,0), pe drumul construit de A. Știind că autovehiculul se deplasează cu viteză constantă, să se identifice punctul în care asupra autovehiculului nu acționează forța centrifugă (forța care “împinge” autovehiculul în exteriorul curbei). Argumentați.

b) Să se determine a și b astfel încât cei 2 constructori să poată “lipi” cele două drumuri astfel încât o mașină să poată parcurge întregul drum astfel format.

Soluție:

a) pentru explicații corecte făcute pe graficul funcției si pentru determinare empirica primește 2p;

Daca își da seama ca punctual căutat este singurul punct de inflexiune și îl deduce primește 3p

b) continuitate 2p

derivabilitate 2p

Daca reușește să explice empiric cum se pot lipi drumurile, primește 2 puncte din cele 4 ale subpunctului b.

Observație La problema 4, trebuie respectat simțul practic al elevului si eventualele “povesti” corecte vor fi punctate după cum s-a specificat mai sus.