

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA FINALĂ - 22 mai 2010**

**Filiera tehnologică : profil tehnic**

**CLASA A XI A**

1. Fie  $M = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$ .

- a) Arătați că  $M$  conține măcar 2 elemente.
- b) Justificați faptul că în  $M$  există cel puțin 2010 elemente.
- c) Demonstrați că, dacă  $A, B \in M$ , atunci  $A \cdot B \in M$ .

2. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a, & x \in (-\infty, 1) \\ b, & x = 1 \\ x^2 + cx, & x \in (1, \infty) \end{cases}$ , unde  $a, b, c \in \mathbb{R}$

- a) Arătați că există numere  $a, b, c$  astfel încât funcția de mai sus să fie continuă.
- b) Să se determine toate valorile  $a, b, c$  pentru care  $f$  este derivabilă pe întreg domeniul de definiție.

3. Se numește cod de lungime 9 o matrice  $M$  de tip  $3 \times 3$  care are drept elemente doar cifre nenule astfel încât fiecare cifră apare o singură dată.

- a) Să se arate că există măcar 2 coduri  $M$  de lungime 9 pentru care  $\det M = 0$ .
- b) Determinați numărul total de coduri de lungime 9.
- c) Există coduri  $M$  de lungime 9 pentru care  $\det M$  este nenul și multiplu de 3?

4. Un drum este realizat de 2 constructori numiți  $A$  și  $B$ . Constructorul  $A$  realizează porțiunea de drum numită  $f$ , iar  $B$  realizează porțiunea de drum numită  $g$ . Se știe că  $f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$  și  $g : [2\pi, 10] \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$f(x) = \sin x$  și  $g(x) = ax + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- a) Un autovehicul se deplasează din punctul  $M(0, 0)$  către punctul  $N(2\pi, 0)$ , pe drumul construit de  $A$ . Știind că autovehiculul se deplasează cu viteză constantă, să se identifice punctul în care asupra autovehiculului nu acționează forța centrifugă (forța care "împinge" autovehiculul în exteriorul curbei). Argumentați.
- b) Să se determine  $a$  și  $b$  astfel încât cei 2 constructori să poată "lipi" cele două drumuri astfel încât o mașină să poată parcurge întregul drum astfel format.

**Notă:** Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7