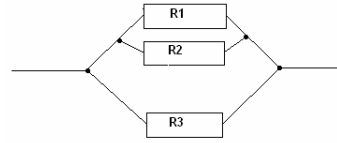
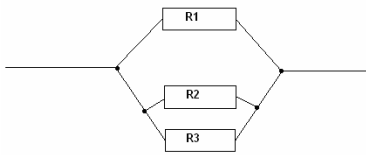


**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA FINALĂ - 22 mai 2010**

**Filiera teoretică, profil umanist**

**CLASA A XII A**

1. Într-un circuit electric sunt legate în paralel două rezistoare cu rezistențele  $R_1$  și  $R_2$ . Rezistența echivalentă grupării celor două rezistoare este dată de relația  $R_1 \circ R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ . Să se arate că circuitele din figurile de mai jos au aceeași rezistență totală



2. Se dau numerele reale  $a, b, c$ , funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + 2x + 3$  și determinanții

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ f(a) & f(b) & f(c) \end{vmatrix}.$$

- Să se arate că  $A = (a-b) \cdot (b-c) \cdot (c-a) \cdot (a+b+c)$ ;
  - $A = B$ ;
  - Să se arate că pentru orice trei puncte distincte, cu coordonate numere naturale, situate pe graficul funcției  $f$ , aria triunghiului cu vârfurile în aceste puncte este un număr natural divizibil cu 3.
3. Cătălin și Lucian își trimit mesaje codificate. Ei procedează în felul următor:
- au atribuit literelor alfabetului, excluzând diacriticele, numere consecutive, repetând fiecare număr și alternând semnele + și - astfel:  

A	B	C	D	E	F	.....
1	-1	2	-2	3	-3	.....
  - au transformat mesajul într-un șir de numere (în care 0 semnifică spațiu liber dintre două cuvinte) și aranjează șirul într-o matrice  $X$  cu trei linii;

**Notă:** Timp de lucru 3 ore  
 Toate subiectele sunt obligatorii  
 Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA FINALĂ - 22 mai 2010**

**Filiera teoretică, profil umanist**

- au folosit matricea  $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  pe post de „cheie” de codificare au obținut matricea

$$T = C \cdot X;$$

- mesajul transmis este șirul de elemente din matricea T (citite pe linii)

Într-una din zile Cătălin i-a transmis lui Lucian mesajul următor:

-11	-7	16	8	11	-1	1	3	10
-----	----	----	---	----	----	---	---	----

Decodificați-l.

4. Fie  $(G, \cdot)$  un grup. Să se arate că dacă G îndeplinește una din condițiile:

a)  $(xy)^2 = x^2y^2, \forall x, y \in G$

b)  $x^3 = e, \forall x \in G, (xy)^2 = (yx)^2, \forall x, y \in G$

atunci G este comutativ.

**Notă:** Timp de lucru 3 ore  
Toate subiectele sunt obligatorii  
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7