

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011**  
**Filiera tehnologică : profil tehnic**

**CLASA A IX A**

- 1.** Se consideră ecuațiile  $x^2 + 2bx + 2c = 0$  și  $x^2 + 2cx + 2b = 0$ , unde  $b$  și  $c$  sunt numere reale pozitive.
- Dacă numerele  $b$  și  $c$  sunt distincte demonstrați că ecuațiile au o rădăcină reală comună.
  - Dacă produsul celor patru numere reale care reprezintă rădăcinile celor două ecuații este 16, să se afle  $b$  și  $c$ .
- 2.** Se consideră funcția  $f : R \rightarrow R, f(x) = 2x^2 + a \cdot x - 1, a \in R$
- Găsiți  $a \in R$  dacă funcția  $f$  este funcție pară.
  - Pentru  $a = 0$  verificați că punctele  $M\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}, -\frac{3}{4}\right), N\left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}, -\frac{3}{4}\right)$  sunt situate pe graficul funcției și demonstrați că aria suprafeței delimitată de graficul funcției  $f$  și axa  $(Ox)$  este mai mare decât  $\frac{5}{4\sqrt{2}}$
  - Pentru  $a = 0$  demonstrați că  $(f \circ f)(\cos(u)) = \cos(4u), (f \circ f \circ f)(\cos(u)) = \cos(8u)$ , pentru orice număr real  $u$ .
- 3.** Se consideră vectorii  $\vec{u}, \vec{v}$  și numărul real  $t \in [0, 1]$
- Demonstrați că  $|t \cdot \vec{u} + (1-t) \cdot \vec{v}| + |t \cdot \vec{v} + (1-t) \cdot \vec{u}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$  pentru orice  $t \in [0, 1]$ .
  - În triunghiul  $ABC$  considerăm punctele  $M, N \in [BC]$  astfel încât  $BM = CN$ . Notăm  $\frac{MC}{BM} = \frac{BN}{CN} = \frac{1}{k}$ . Demonstrați că  $\vec{AM} = \frac{1}{k+1} \vec{AB} + \frac{k}{k+1} \vec{AC}; \vec{AN} = \frac{1}{k+1} \vec{AC} + \frac{k}{k+1} \vec{AB}$  și ,apoi utilizând inegalitatea de la punctul (a) demonstrați că  $AM + AN \leq AB + AC$
- 4.** O firmă, afectată de criză, urmează a renunța la unul din cele trei schimburi  $(S_1, S_2, S_3)$  în care se desfășoară activitatea pentru a se încadra în bugetul fixat  $B$ . În urma analizării costurilor de producție *compartimentul organizare* afirmă că bugetul  $B$  ajunge pentru funcționarea  $S_1, S_2$  timp de 12 luni sau pentru funcționarea  $S_1, S_3$  timp de 9 luni sau pentru funcționarea  $S_2, S_3$  timp de 4 luni. Justificați că analiza făcută este greșită .

**Notă:** Timp de lucru 3 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.