CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera tehnologica : profil tehnic

CLASA A XI A

1. Fie $f: R^* \to M_3(R), f(x) = x \cdot A$,unde $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calculați $f^2(x)$ şi $f^3(x)$.

b) Determinați $f^{2011}(1)$.

c) Găsiți $x \in R^*$ astfel încât : $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot f(x) \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/3 \\ 1/6 \end{pmatrix} = (2011)$,unde (2011) este matrice cu o linie şi o coloană.

2. O navetă spațială are traiectoria dată de y= $f(t) = \sqrt{\dfrac{t^2 - 4}{4}}$, unde t reprezintă timpul în secunde iar $f(t)$ reprezintă înălțimea în kilometri(de la momentul t = 0 până la t = 2 se consideră că are loc desprinderea de pe rampa de lansare deci înălțimea este considerată 0).

a) Să se determine înălțimea la care ajunge naveta după 4 secunde de la desprinderea de pe rampa de lansare.

b) Să se demonstreze că traiectoria este concavă

c) Să se determine asimptota traiectoriei.(considerând că timpul tinde spre infinit).

3. Fie M mulțimea tuturor matricilor de ordin 3 formate doar cu numerele 1, 3, 5,…,17(fiecare număr impar apare o singură dată intr-o matrice din M).

a) Să se dea un exemplu format din două matrici diferite din M dar care au acelaşi determinant.

b) Să se verifice dacă există o matrice A din M astfel încât $\det A = \det I_3$.

c) Să se determine numărul de matrici din M care au pe linia întâi elementele 1, 3 şi 5(nu neapărat în această ordine).

4. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^x - 1 - x - \dfrac{x^2}{2}$.Să se demonstreze că :

a) $f(\ln 2) > 0$ (folosind eventual aproximarea $\ln 2 \simeq 0,7$).

b) $f(x) < 0, \forall x < 0$.

c) $\sqrt{e} > 1,625$.

Notă: *Timp de lucru 3 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*