

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011**  
**Filiera teoretică, profil umanist**

**BAREM DE CORECTARE CLASA A IX-A**

**1.** Prima și a doua cifră a numărului de două cifre  $N$ , scris în baza 10, reprezintă primul și al doilea termen ai unei progresii geometrice, iar însuși  $N$  este de trei ori mai mare decât al treilea termen al acestei progresii. Să se găsească toate numerele  $N$  cu această proprietate.

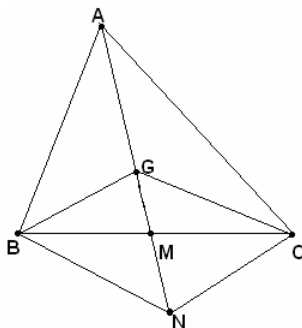
**Soluție:**

Fie  $N = \overline{ab}$ , unde  $a \neq 0, b = aq, q \neq 1$  ..... 1p  
 Din datele problemei avem  $N = 3aq^2$ , deci  $\overline{ab} = 3aq^2$  ..... 2p  
 Egalitatea devine  $10a + b = 3aq^2 \Leftrightarrow 10a + aq = 3aq^2$ , de unde  $3q^2 - q - 10 = 0$  ..... 2p  
 acceptăm doar soluția pozitivă  $q = 2$ , de unde rezultă  $b = 2a$  ..... 1p  
 Finalizare  $N \in \{12, 24, 36, 48\}$  ..... 1p

**2.** Se consideră triunghiul  $ABC$  având centrul de greutate  $G$  și notăm cu  $N$  simetricul lui  $G$  față de mijlocul  $M$  al segmentului  $(BC)$ . Demonstrați că:

- a)  $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}$ ;
- b)  $\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NG}$ ;
- c)  $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = 3\overrightarrow{NG}$ ;
- d) Determinați  $a, b, c \in \mathbb{R}$  pentru care avem relația  $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ .

**Soluție:**



- a) În patrulaterul  $BNCG$  diagonalele se înjumătățesc, deci este paralelogram ..... 1p  
 Așadar putem aplica regula paralelogramului, de unde obținem relația  
 $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}$  ..... 1p
- b)  $\overrightarrow{NG} = 2\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{GA}$  și atunci  $\overrightarrow{NA} = \overrightarrow{NG} + \overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{NG}$  ..... 1p
- c) Folosind punctele anterioare o să avem că  
 $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NG} = 2\overrightarrow{NG} + \overrightarrow{NG} = 3\overrightarrow{NG}$  ..... 1p

d) Conform relațiilor anterioare avem  $3\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}$ , respectiv  $\overrightarrow{NG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{NA}$ ,

De unde rezultă  $\frac{1}{2}\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} - \overrightarrow{NC} = \vec{0}$  ..... 2p

Finalizare  $a = \frac{1}{2}, b = c = -1$  ..... 1p

**3.** Pe data de 1 ianuarie 2011 o veveriță isteată are o “rezervă” de 66 de alune. Începând cu această zi ea consumă din rezerva acumulată, respectând următoarele reguli:

- 1) În zilele când are un număr par de alune ea mănâncă jumătate dintre ele;
- 2) În zilele când are un număr impar de alune ea nu mănâncă nici o alună, dar mai culege încă trei alune.

Dacă ar exista 7 zile consecutive în care veverița nu ar consuma nici o alună, aceasta ar muri.

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**  
**ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011**  
**Filiera teoretică, profil umanist**

- a) Câte alune mănâncă veverița pe 7 ianuarie?  
 b) Din ce dată veverița va mânca doar câte trei alune, odată la două zile?  
 c) Justificați faptul că veverița nu va muri niciodată.

**Soluție:**

*Se punctează justificările explicative sau schematic*

a)  $\frac{66 \text{ alune}}{1 \text{ ian}} \rightarrow \frac{33 \text{ alune}}{2 \text{ ian}} \rightarrow \frac{36 \text{ alune}}{3 \text{ ian}} \rightarrow \frac{18 \text{ alune}}{4 \text{ ian}} \rightarrow \frac{9 \text{ alune}}{5 \text{ ian}} \rightarrow \frac{12 \text{ alune}}{6 \text{ ian}} \rightarrow \frac{6 \text{ alune}}{7 \text{ ian}} \dots\dots\dots 3p$

Deci pe 7 ianuarie, veverița va mânca 3 alune ..... 1p

b)  $\frac{6 \text{ alune}}{7 \text{ ian}} \rightarrow \frac{3 \text{ alune}}{8 \text{ ian}} \rightarrow \frac{6 \text{ alune}}{9 \text{ ian}} \rightarrow \frac{3 \text{ alune}}{10 \text{ ian}} \rightarrow \frac{6 \text{ alune}}{11 \text{ ian}} \rightarrow \frac{3 \text{ alune}}{12 \text{ ian}} \rightarrow \frac{6 \text{ alune}}{13 \text{ ian}} \dots\dots\dots 1p$

Așadar, începând cu data de 7 ianuarie 2011, veverița va mânca doar câte 3 alune odată la două zile (pe 7, 9, 11, 13, ..... ) ..... 1p

c) Conform cu b), odată la două zile, veverița va mânca 3 alune (începând cu 7 ianuarie) și deci nu există 7 zile consecutive în care veverița să nu consume nici o alună ..... 1p

**4.** Un câine care se află în punctul *A* gonește o vulpe care se află în punctul *B* la  $30m$  distanță față de el. Saltul câinelui este de  $2m$ , iar saltul vulpii este de  $1m$ . Câinele face două salturi în același timp în care vulpea face trei salturi. La ce distanță față de punctul *A*, câinele v-a prinde vulpea?

**Soluție:**

Într-o „unitate” de timp (*două salturi ale câinelui sau trei ale vulpii*) câinele înaintează cu  $2 \times 2 = 4m$  ..... 1p

În aceeași „unitate” de timp vulpea înaintează cu  $3 \times 1 = 3m$  ..... 1p

Deci distanța dintre ei scade cu  $1m$  în fiecare unitate de timp ..... 2p

Prin urmare în 30 de “unități” de timp câinele v-a prinde vulpea ..... 1p

Cum într-o unitate de timp câinele parcurge  $4m$ , în 30 de unități de timp v-a parcurge  $30 \times 4 = 120m$  față de punctul *A* ..... 2p

