

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

BAREM DE CORECTARE CLASA A XI-A

1. Într-o comună locuiesc 10055 persoane (blonzi și bruneți). Nu toți spun adevărul (30% dintre blonzi spun că sunt bruneți și 20% dintre bruneți spun că sunt blonzi). Ceilalți spun adevărul. Într-o zi, toți locuitorii comunei, răspund la întrebarea: "Sunteți blond sau brunet?", întrebare la care, 60% dintre ei au răspuns că sunt blonzi. Câți bruneți locuiesc în comună?

Soluție:

Dacă notăm cu n numărul de bruneți, atunci $(10055 - n)$ sunt blonzi 2p
 30% dintre blonzi spun că sunt bruneți, deci 70% dintre ei spun adevărul (spun că sunt blonzi) ... 1p
 Spun că sunt blonzi $0,6 \cdot 10055 = 6033$ persoane 1p
 Atunci $(10055 - n) \cdot 0,7 + 0,2 \cdot n = 6033$ 2p
 Obține $n = 2011$ bruneți 1p

2. Distribuția unui lot de piese după valorile diametrului lor este dată în tabelul:

Diametru (cm)	4	5	6	8	10	12
Nr. Piese	80	270	180	200	38	32

- Care este valoare medie a diametrelor pieselor?
- Indicați diametrul în raport cu care există tot atâtea piese cu diametru mai mic cât și cu diametru mai mare decât acesta;
- Să se calculeze dispersia valorilor variabilei.

Soluție:

Completăm tabelul anterior cu frecvențele cumulate crescător și cu alte elemente necesare calculării mediei și dispersiei.

Diametru (cm)	4	5	6	8	10	12
Nr. Piese	80	270	180	200	38	32
N_i	80	350	530	730	768	800
$ x_i - \bar{x} $	2,39	1,39	0,39	1,61	3,61	5,61
$(x_i - \bar{x})^2$	5,71	1,93	0,15	2,59	13,03	31,47

a) $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{4 \cdot 80 + 5 \cdot 270 + 6 \cdot 180 + 8 \cdot 200 + 10 \cdot 38 + 12 \cdot 32}{800} = \frac{320 + 1350 + 1080 + 1600 + 380 + 384}{800} \cong 6,39$ 2p

b) *Clasa mediană = prima clasă din seria frecvențelor cumulate crescător căreia îi corespunde cel puțin jumătate din numărul pieselor.*

De fapt se cere să calculăm mediana. În total sunt $N = 800$ piese, iar poziția centrală corespunde valorii $800 : 2 = 400$, așadar mediana este $M_e = 6$ 2p

c) Dispersia

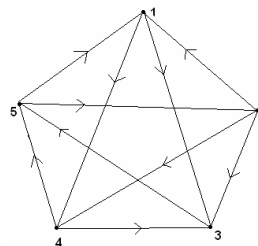
$$v = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i} = \frac{5,71 \cdot 80 + 1,93 \cdot 270 + 0,15 \cdot 180 + 2,59 \cdot 200 + 13,03 \cdot 38 + 31,47 \cdot 32}{800} = \frac{456,8 + 521,1 + 27,54 + 518 + 495,14 + 1007,04}{800} \cong 3,78$$
 3p



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

3. Pentru graful din imagine

- Determinați câte un circuit de lungime 3, respectiv 4;
- Să se arate că graful dat este hamiltonian;
- Este graful din imagine eulerian? Justificați răspunsul



Soluție:

a) Un circuit de lungime 3 este de exemplu *1451* (este compus din 3 arce) **1p**

Un circuit de lungime 4 este de exemplu *43514* (este compus din 4 arce) **1p**

b) *Un circuit al unui graf se numește hamiltonian, dacă poate fi parcurs trecând prin fiecare nod o singură dată. Un graf se numește hamiltonian dacă are cel puțin un circuit hamiltonian (trece o dată și numai o dată prin toate vârfurile grafului).*

Un circuit hamiltonian este de exemplu *435214* **2p**

Așadar graful dat este hamiltonian.

c) *Un graf se numește eulerian dacă admite cel puțin un circuit care să treacă prin fiecare muchie a sa o singură dată (trece o dată și numai o dată prin fiecare arc al grafului).*

Graful dat nu este eulerian deoarece de exemplu nodul 2 are 3 arce care ies din el și unul care intră, ori într-un graf eulerian trebuie ca numărul de arce care ies dintr-un nod să fie egal cu numărul de arce care intră în acel nod **3p**

4. Într-un semestru Raluca și Ionel au luat 40 de note fiecare și la sfârșitul semestrului au obținut aceeași medie finală. Numărul notelor de 7, de 8, de 9 și de 10 luate de Raluca este respectiv egal (în această ordine strictă) cu numărul notelor de 10, de 7, de 8 și de 9 luate de Ionel. Câte note de 10 a luat Ionel?

Soluție:

Notăm cu $\begin{cases} a - \text{numărul notelor de 7;} \\ b - \text{numărul notelor de 8;} \\ c - \text{numărul notelor de 9;} \\ d - \text{numărul notelor de 10.} \end{cases}$ luate de Raluca **1p**

Din enunț deducem faptul că Ionel are:

$\begin{cases} a - \text{note de 10;} \\ b - \text{note de 7;} \\ c - \text{note de 8;} \\ d - \text{note de 9.} \end{cases}$ **1p**

Avem $a + b + c + d = 40$ **1p**

Din faptul că au aceeași medie semestrială deducem că:

$\frac{7a + 8b + 9c + 10d}{40} = \frac{10a + 7b + 8c + 9d}{40}$ **2p**

Din această egalitate obținem $3a - b - c - d = 0 \Leftrightarrow b + c + d = 3a$ **1p**

$\begin{cases} a + b + c + d = 40 \\ b + c + d = 3a \end{cases} \Rightarrow a = 10$ (Ionel a luat 10 note de 10) **1p**