

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA NAȚIONALĂ - 18 aprilie 2011
Filiera teoretică, profil umanist

CLASA A X A

1. Raluca, Bogdan și Andreea au, fiecare, câte un anumit număr de timbre. Câte timbre are fiecare dacă jumătatea numărului de timbre a Ralucăi, treimea numărului de timbre a lui Bogdan și cincimea numărului de timbre a Andreei sunt, în această ordine, trei numere naturale consecutive a căror sumă este egală cu 48?

2. Să se rezolve sistemul de ecuații:
$$\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2 \\ x^2 - 5y = -4 \end{cases}$$

3.

a) Din 7 ingineri și 4 maiștri se aleg 5 persoane pentru a forma o echipă de intervenție. În câte moduri se poate alcătui această echipă, știind că în componența ei trebuie să intre cel puțin 2 maiștri?

b) Să se determine rangul termenului din dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{\frac{x}{\sqrt{y}}} + \sqrt{\frac{y}{\sqrt[3]{x}}}\right)^{21}$ în care x și y au puteri egale, unde $x, y \in (0, +\infty)$.

4. Fie punctul $M(3, 3)$ și triunghiul ABC determinat de drepte: $AB: x + 2y - 4 = 0$;
 $BC: 3x + y - 2 = 0$; $CA: x - 3y - 4 = 0$.

a) Să se determine coordonatele punctelor A, B și C .

b) Să se calculeze aria triunghiului ABC .

c) Fie P, Q, R proiecțiile punctului M pe dreptele OA, OB și AB , unde O este originea reperului cartezian. Să se demonstreze că punctele P, Q, R sunt coliniare.

Notă: Timp de lucru 3 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.