

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**"ADOLF HAIMOVICI"**

**ETAPA NAȚIONALĂ - 20 aprilie 2012**

**Filiera tehnologică : profil tehnic**

**Clasa a XI a**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$  și  $C = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ -5 & -8 \end{pmatrix}$ .
- Să se verifice egalitatea  $C = A \cdot B \cdot A^{-1}$ .
  - Să se determine matricea  $B^n$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .
  - Să se determine matricea  $C^n$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .
2. O unitate economică ce produce frigidere are costuri fixe anuale de 10000€ la care se adaugă câte 200 € pentru fiecare frigider produs. Prețul cu care fabricantul vinde un frigider este de 350€. Notăm cu  $f(n)$  suma, în euro, cheltuită pentru producerea a  $n$  frigidere și cu  $g(n)$  suma, în euro, ce revine ca beneficiu fabricantului după ce vinde  $n$  frigidere.
- Calculați  $f(100)$ ,  $f(200)$  și determinați formula pentru  $f(n)$ .
  - Demonstrați că  $g(60) < 0$ , iar  $g(70) > 0$  și interpretați rezultatele, din punct de vedere al rentabilității activității.
  - Dacă fabricantul și-a propus să realizeze un profit anual de cel puțin 30000€, ce număr de frigidere ar trebui să producă și să comercializeze ?
3. Notăm cu  $\mathcal{M}$  mulțimea matricelor de ordinul al treilea care au toate elementele numere naturale, pe diagonala secundară au mereu numărul 1, iar suma elementelor de pe oricare linie sau coloană este 2012.
- Dați exemplu de o matrice din mulțimea  $\mathcal{M}$ .
  - Care este numărul elementelor mulțimii  $\mathcal{M}$ ? Justificați răspunsul.
  - Stabiliți dacă există matrice inversabile în mulțimea  $\mathcal{M}$ , care să aibă inversa tot în mulțimea  $\mathcal{M}$ .
4. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 1) \cdot e^{-x}$ .
- Calculați  $\lim_{x \rightarrow 0} (-f(x))^{\frac{1}{x}}$ .
  - Determinați numărul tangentelor la graficul funcției care trec prin originea sistemului de axe.
  - Determinați  $n \in \mathbb{N}^*$  astfel încât  $f^{(n)}(0) < 3$ .

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.