INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

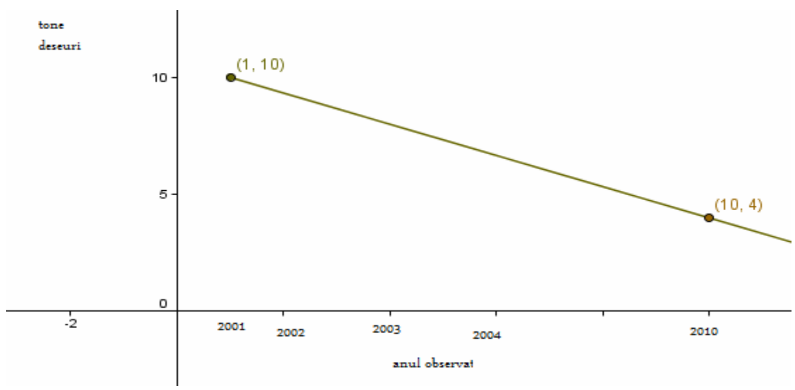
ETAPA NAŢIONALĂ
12 aprilie 2013

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera tehnologică : profil tehnic

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA A IX-A

1. Deşeurile colectate şi apoi prelucrate dintr-un oraş au scăzut constant, conform graficului următor, începând cu anul 2001. Estimaţi în ce an, datorită măsurilor de protecţie a mediului, acestea vor ajunge, după prelucrare, la nivelul 0.



Lucian Dragomir

Soluţie:

Deoarece graficul indică o dreaptă, este vorba despre o funcţie exprimată printr-o expresie de gr. I , anume $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f(x) = ax + b 2p

Impunem condiţiile: f(2001) = 10 şi f(2010) = 4 .... 2p

Obţinem $f(x)=-\frac{2}{3}x+1344$ 2p

Impunem condiţia f(x) = 0 şi obţinem: anul 2016 .... 1p

2. Se consideră mulţimile: $A=\{x\in\mathbb{R} / x^2+ax+b-1=0\}$ şi $B=\{x\in\mathbb{R} / x^2+bx+a-1=0\}$, unde $a, b\in\mathbb{R}$.

a) Demonstraţi că, dacă x şi y sunt numere reale astfel încât $x+y\geq 0$, atunci $x\geq 0$ sau $y\geq 0$.

b) Demonstraţi că $a^2-4(b-1)+b^2-4(a-1)\geq 0$, pentru orice numere reale a şi b .

c) Demonstraţi că mulţimea $A\cup B$ este nevidă.

Soluţie:

a) Dacă, prin absurd, x < 0 şi y < 0, atunci x + y < 0, ceea ce contrazice ipoteza 1p

Urmează concluzia 1p

b) Avem $a^2-4(b-1)+b^2-4(a-1)=(a-2)^2+(b-2)^2\geq 0$ 2p

c) Din a) şi b) rezultă că $a^2-4(b-1)\geq 0$ sau $b^2-4(a-1)\geq 0$ 1p

Rezultă că mulţimea A este nevidă sau mulţimea B este nevidă 1p

Concluzia 1p

3. Să se determine numerele întregi a, b, c ştiind că în această ordine sunt în progresie aritmetică de rație 3, iar a^2, b^2, c^2 sunt în progresie geometrică, nu neapărat în această ordine.

__Soluție:__

Din ipoteză deducem că b = a + 3 şi c = a + 6 .... 1p

Cazul 1. Dacă b^2 este termenul din mijloc, atunci $b^2 = ac$ sau $b^2 = -ac$ 1p

Înlocuind b şi c găsim ecuații în a care nu au soluții 1p

Cazul 2. Dacă c^2 este termenul din mijloc, găsim a = -4, b = -1 şi c = 2 .... 2p

Cazul 3. Dacă a^2 este termenul din mijloc, găsim a = -2, b= 1 şi c = 4 .... 2p

4. Se consideră trapezul ABCD, cu bazele (AB) şi (CD) în care AB = 8, CD = 4, AD = 6, $m\left(\hat{A}\right) = 60^\circ$, iar punctul E este mijlocul laturii AD.

1) Să se determine lungimea diagonalei BD.

2) Calculați mărimea vectorului $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BC}$.

__Soluție:__

a) $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos A$ 2p

$BD = 2\sqrt{13}$ 1p

b) $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}\right)$ 1p

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BA}$ 1p

Obținem $\vec{v} = \frac{3}{2} \cdot \overrightarrow{BD}$ 1p

Concluzia $\left|\vec{v}\right| = 3\sqrt{13}$ 1p