



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ  
12 aprilie 2013

Filiera tehnologică : profil tehnic



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## CLASA A X-A

- a) Să se verifice egalitatea  $\frac{1}{\log_{x^n \cdot y^m} A} = \frac{n}{\log_x A} + \frac{m}{\log_y A}$ , unde  $A > 1$ ,  $x, y > 1$  iar  $m, n \in \mathbb{R}^*$ .

b) Dacă  $a = \log_{18} N$  și  $b = \log_{12} N$ , să se exprime  $\log_2 N$  și  $\log_3 N$  în funcție de  $a$  și  $b$ .
2. Pentru un triunghi ABC se cunosc: coordonatele unui vârf  $A(9, -9)$ , ale centrului de greutate  $G(2, 0)$  și ale mijlocului unei laturi  $N(-3, -3)$ .

  - Demonstrați că punctele  $A, G, N$  nu sunt coliniare.
  - Determinați coordonatele vârfului triunghiului coliniar cu  $A$  și  $N$ .
  - Determinați ecuația laturii  $BC$ .
3. Pentru a înveseli atmosfera cei patru colegi de birou au hotărât să organizeze o tombolă cu ocazia Crăciunului. Astfel fiecare a adus câte un cadou, cadourile au fost numerotate cu numere de la 1 la 4, iar prin extragerea unuia dintre cele patru bilețele pe care erau scrise numerele de la 1 la 4 să își aleagă cadoul numerotat cu respectivul număr.

  - În câte moduri se pot numerota cele patru cadouri ?
  - În câte dintre situațiile posibile nici o persoană nu primește cadoul cumpărat de ea ?
4. Se consideră funcția  $f_n : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ ,  $f_n(x) = (1+x)^n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$

  - Calculați  $f_6(i) + f_6(-i)$ .
  - Demonstrați că dacă există  $z \in \mathbb{C}$  astfel încât  $|f_{2013}(z)| = |f_{2013}(-z)|$ , atunci  $z \in i \cdot \mathbb{R}$ .
  - Determinați  $n \in \mathbb{N}^*$  știind că  $(C_n^0 - C_n^2 + C_n^4 - C_n^6 + \dots)^2 + (C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - C_n^7 + \dots)^2 = 1024$ , calculând eventual  $f_n(i) \cdot f_n(-i)$ .

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.