



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
12 aprilie 2013

Filiera tehnologică : profil tehnic



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XI-A

- Spunem că matricea $A \in M_3(\mathbb{R})$ se numește *perturbată* dacă are exact patru elemente egale cu 0 care formează un minor de ordinul al doilea construit cu liniile 1 și 2 ale matricei, iar celelalte elemente sunt diferite între ele.
 - Dați exemplu de o matrice *perturbată*.
 - Să se demonstreze că orice matrice *perturbată* nu este inversabilă.
 - Câte matrice perturbate având restul elementelor cifre se pot construi ?
- Dacă $A, B \in M_2(\mathbb{R})$ definim matricea $D(A, B) = A \cdot B - B \cdot A$
 - Verificați $D(A, A) = D(A, I_2)$
 - Demonstrați că există $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $D(A, B) = \begin{pmatrix} x & y \\ z & -x \end{pmatrix}$.
 - Demonstrați că $D^2(A, B)$ este de forma $\alpha \cdot I_2$, unde $\alpha \in \mathbb{R}$.
- Se consideră funcțiile $f, g: \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ iar $g(x) = x \cdot \cos x - \sin x$.
 - Verificați relația $x^2 \cdot f'(x) = g(x)$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
 - Demonstrați că $g(x) < 0$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
 - Deduceți relația $\sin 1 > \frac{2}{\pi}$, utilizând eventual monotonia funcției f .
- O companie aviatică are în dotare 20 de aeronave. După frecvența cu care se efectuează zborurile spre o destinație, compania are destinațiile împărțite astfel: destinații spre care zboară zilnic, destinații spre care zboară odată la două zile și destinații spre care zboară odată la trei zile. Știind că luni au avut loc 20 de plecări, în primele trei zile au avut loc 46 de zboruri, iar numărul aeronavelor care execută curse zilnice este egal cu numărul aeronavelor care execută curse cu celelalte frecvențe la un loc, se cere:
 - Câte aeronave execută zboruri zilnic ?
 - Câte aeronave execută un zbor la trei zile ?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.