



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
12 aprilie 2013

Filiera tehnologică : profil tehnic



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

1. Se consideră polinomul $f = X^4 + \hat{a} \cdot X + \hat{b} \in \mathbb{Z}_5[X]$
- Verificați relația $\hat{t}^4 = \hat{1}$, pentru orice $\hat{t} \in \mathbb{Z}_5$, $\hat{t} \neq \hat{0}$.
 - Câte polinoame de forma anterioară există ?
 - Demonstrați că pentru $\hat{b} = \hat{1}$ polinomul f este reductibil în $\mathbb{Z}_5[X]$, oricare ar fi $\hat{a} \in \mathbb{Z}_5$.

2. Fie $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x}{e^{3^n \cdot x}}$, $n \in \mathbb{N}^*$ iar $I_n = \int_0^{\frac{1}{3^n}} f_n(x) dx$.

- Verificați egalitatea $3f_{n+1}(x) = f_n(3x)$, pentru orice număr natural nenul n .
- Calculați I_1 .
- Demonstrați că $I_{n+1} = \frac{1}{9} \cdot I_n$, utilizând relația de la punctul (a).

3. Se consideră inelul comutativ $(\mathbb{Z}_{10}, +, \cdot)$.

- Aflați suma elementelor nenule ale mulțimii \mathbb{Z}_{10} .

- Elementele nenule ale mulțimii \mathbb{Z}_{10} se organizează în următorul tablou pătratic $\begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{4} & \hat{5} & \hat{6} \\ \hat{7} & \hat{8} & \hat{9} \end{pmatrix}$.

Din tablou se scot 3 elemente, câte unul de pe fiecare linie și coloană. Determinați suma elementelor rămase în tablou.

4. Un grup de prieteni, n fete și 4 băieți, au ieșit la iarbă verde. Au disputat câte o partidă de badminton, fiecare cu fiecare, iar în urma confruntărilor fetele au câștigat de două ori în fața băieților. Știind că raportul dintre numărul total al victoriilor fetelor și numărul total al victoriilor băieților este de $\frac{5}{16}$, se cere:
- Câte partide au disputat băieții ?
 - Câte fete erau în grup ?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.