

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

**ETAPA NAȚIONALĂ**  
**12 aprilie 2013**

FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

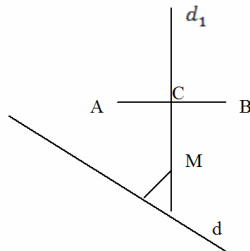
**Filiera teoretică, profil umanist**

## BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE CLASA A X-A

- 1.** Se consideră dreapta (d) de ecuație:  $5x - 12y + 32 = 0$  și punctele A(1, -1) și B(5, -3).  
Aflați coordonatele punctului M egal depărtat de A și B și situat la distanța 4 față de dreapta (d).

**Soluție:**

Desenul:



..... 1p

- MA = MB, rezultă M aparține mediatoarei segmentului AB ..... 1p  
 Scrie ecuația mediatoarei  $y = 2x - 8$  ..... 1p  
 Alege un punct M de pe mediatoare  $M(a, 2a - 8)$  ..... 1p  
 Calculează distanța de la M la dreapta d folosind formula ..... 1p  
 Rezolvă ecuația  $d(M, d) = 4$  ..... 1p  
 Găsește coordonatele punctelor  $M_1(4, 0)$  și  $M_2\left(\frac{180}{19}, \frac{208}{19}\right)$  ..... 1p

- 2.** Un credit de 10000 de lei este împrumutat pe termen de 2 ani în regim de dobândă compusă cu rata dobânzii de 10%. Care este rata dobânzii pe principiul dobânzii simple care aduce aceeași dobândă în același interval de timp?

**Soluție:**

Calculează capitalul după 2 ani cu dobânda compusă de 10 % :

$$S_1 = S \cdot \left(1 + \frac{10}{100}\right)^2 = S \cdot \frac{121}{100} = 10000 \cdot \frac{121}{100} = 12100 \text{ lei} \dots\dots\dots 2p$$

Calculează suma obținută din dobândă în 2 ani:  $12100 - 10000 = 2100$  lei ..... 1p

Scrie formula capitalului după 2 ani în dobândă simplă:

$$S_1 = S + 2 \cdot \frac{d}{100} \cdot S = 10000 + 2 \cdot 10000 \cdot \frac{d}{100} = 10000 + 200 \cdot d \dots\dots\dots 2p$$

Stabilește relația  $D = 200 \cdot d$ , unde D = dobânda, iar d = rata dobânzii simple,  $2100 = 200 \cdot d$  ..... 1p

Calculează rata dobânzii simple  $d = 10,5$  ..... 1p

3. Din 9 bărbați și 6 femei se formează o delegație alcătuită din 5 persoane. În câte moduri diferite se poate forma această delegație, astfel încât ea să conțină:

- a) 2 femei
- b) 2 bărbați și 3 femei
- c) cel puțin 3 femei?

**Soluție:**

a) Determină  $C_6^2 \cdot C_9^3 = 1260$  de moduri în care poate fi formată delegația ..... 2p

b) Determină  $C_9^2 \cdot C_6^3 = 720$  de moduri în care poate fi formată delegația ..... 2p

c) Stabilește numărul minim de femei 3, maxim 5 ..... 1p

Determină  $C_9^2 \cdot C_6^3 + C_9^1 \cdot C_6^4 + C_6^5 \cdot C_9^0 = 861$  ..... 2p

4. a) Demonstrați că pentru orice numere reale pozitive a și b are loc inegalitatea:

$$\frac{a+b}{2} \geq (\sqrt{10})^{\lg a + \lg b}$$

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:  $x^2 + 6x + \sqrt{x^2 + 6x} = 20$

**Soluție:**

a)  $\lg a + \lg b = \lg(ab)$

$(\sqrt{10})^{\lg(ab)} = 10^{\lg \sqrt{ab}}$  ..... 1p

Deduce echivalența  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  ..... 1p

Demonstrează inegalitatea  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  ..... 1p

b) Condiția de existență  $x^2 + 6x \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 6] \cup [0, \infty)$  ..... 1p

Notează  $\sqrt{x^2 + 6x} = a, a \geq 0$

Rezolvă ecuația  $a^2 + a - 20 = 0 \Rightarrow a_1 = 4$  și  $a_2 = -5$  ..... 1p

Stabilește  $a = 4$  și rezolvă ecuația  $\sqrt{x^2 + 6x} = 4$  ..... 1p

Determină soluțiile  $x_1 = -8$  și  $x_2 = 2$  aparținând domeniului de existență ..... 1p