

INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ  
12 aprilie 2013

Filiera teoretică, profil umanist



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE CLASA A XI-A

1. Într-o regiune a țării a fost măsurată înălțimea bărbaților pentru un eșantion de 200 de persoane, datele fiind cuprinse în tabelul următor:

Clasa	[160,170)	[170,175)	[175,180)	[180,185)	[185,190)	[190,195)	[195,205)
Frecvența	35	31	43	35	27	17	12

- a) Reprezentați datele printr-o histogramă.  
b) Calculați media și dispersia datelor de mai sus.

**Soluție:**

a) Reprezentare grafică ..... 2p

b)  $m = \frac{1}{200} (35 \cdot 165 + 31 \cdot 172,5 + \dots + 12 \cdot 200) = 179,38 \text{ cm}$  ..... 3p

$\sigma^2 = \frac{1}{200} \sum f_i (x_i - m)^2$  .....  
2p

2. Considerăm un graf complet cu 90 de vârfuri.

- a) Aflați numărul muchiilor grafului.  
b) Care este numărul minim de muchii ce trebuie eliminate astfel încât graful să devină eulerian.

**Soluție:**

a) Numărul de muchii este  $C_{90}^2 = \frac{90 \cdot 89}{2} = 4005$  ..... 2p

b) Un graf conex este eulerian dacă și numai dacă  $d(v)$  este număr par,  $\forall v \in V$  ..... 2p

$d(v) = 89, \forall v \in V \Rightarrow$  trebuie eliminate minim  $\frac{90}{2} = 45$  muchii ..... 3p

3. Vasile este bookmaker. La un meci de fotbal între echipele Ungariei și României șansele pentru o victorie a Ungariei au fost estimate statistic la 50%, iar pentru o victorie a României de 20%. Dacă Vasile dorește un joc cinstit pentru clienții casei de pariuri, care ar trebui să fie cotele corecte pariurilor ?

(joc cinstit = joc în care media profitului este 0, cotă "a - b" = la b unități monetare pariate se câștigă a unități peste ce a pariat)

**Soluție:**

Cote sunt: "x - 1" - victorie Ungaria; "y - 1" - victorie România; "z - 1" - meci egal ..... 1p

**Victorie Ungaria:**

Câștigă  $x$  cu probabilitate  $0,5$ , pierd  $1$  ( $-1$ ) cu probabilitate  $0,5$ ,  $m = 0,5x + 0,5 \cdot (-1) = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow$  cota  $(1 - 1)$  (pariez  $1$  leu și primesc în caz de câștig  $1 + 1 = 2$  lei) ..... 2p

**Victorie România:**

$\begin{pmatrix} y & -1 \\ 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$ ,  $m = 0,2y + 0,8 \cdot (-1) = 0$ ,  $y = 4$ , cota  $(4 - 1)$  ..... 2p

**Meci egal:**

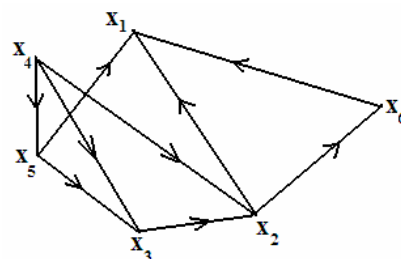
$\begin{pmatrix} z & -1 \\ 0,3 & 0,7 \end{pmatrix}$ ,  $m = 0,3z + 0,7 \cdot (-1) = 0$ ,  $z = \frac{7}{3}$ , cota  $\left(\frac{7}{3} - 1\right)$  ..... 2p

**4.** Se consideră graful orientat din figura alăturată. Să se afle dacă există drum hamiltonian și în caz afirmativ să se indice acest drum.

**Soluție:**

Matricea conexiunii totale este:

D	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	0	0	0	0	0	0
$x_2$	1	0	0	0	0	1
$x_3$	1	1	0	0	0	1
$x_4$	1	1	1	0	1	1
$x_5$	1	1	1	0	0	1
$x_6$	1	0	0	0	0	0



..... 2p

Pe diagonala principală avem doar zerouri și deci graful nu are circuite.

Folosim teorema lui CHEN: Dacă un graf fără circuite are  $n$  vârfuri atunci el conține un drum hamiltonian dacă și numai dacă matricea conexiunii totale asociată conține exact  $\frac{n(n-1)}{2}$

elemente nenule ..... 1p

În cazul nostru avem într-adevăr  $C_6^2 = 15$  elemente neutre în matrice ..... 1p

Vârfurile ce intră în drumul hamiltonian sunt date de ordinea descrescătoare a "puterilor" de atingere a acestora citite pe linii ..... 1p

Din matrice, citim drumul hamiltonian:  $\mu = (x_4, x_5, x_3, x_2, x_6, x_1)$  ..... 2p