



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
13 aprilie 2014



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

PROFIL TEHNIC BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE CLASA A XII-A

1. a) $g = 0$ are rădăcinile $y_1 = 1, y_2 = i, y_3 = -i$ 1p
Rezultă: $y_1^{2014} + y_2^{2014} + y_3^{2014} = 1 + (i^2)^{1007} + (i^2)^{1007} = -1$ 1p
b) $f = xg + 1$ (verificare prin calcul direct) 1p
Rezultă: $0 = x_k g(x_k) + 1, \forall k = \overline{1,4} \Rightarrow g(x_k) = -\frac{1}{x_k}$ 2p
Avem: $g(x_1)g(x_2)g(x_3)g(x_4) = \frac{1}{x_1x_2x_3x_4} = 1 \in \mathbb{N}$ 1p
c) $f(y_1) + f(y_2) + f(y_3) = y_1g(y_1) + y_2g(y_2) + y_3g(y_3) + 3 = 3,$
deoarece $g(y_1) = g(y_2) = g(y_3) = 0$ 1p
2. a) Folosește faptul că dacă $f: [-a, a] \rightarrow \mathbf{R}$ este o funcție continuă, atunci
 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$, dacă f este o funcție impară. Așadar $I = 0$ 3p
Sau: Integrează succesiv prin părți:
$$I = x^3 \sin x \Big|_{-\pi}^{\pi} - 3 \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin x dx = 3 \left[x^2 \cos x \Big|_{-\pi}^{\pi} + 2 \int_{-\pi}^{\pi} x \cos x dx \right] =$$

$$= 6 \left[-x \sin x \Big|_{-\pi}^{\pi} + \int_{-\pi}^{\pi} \sin x dx \right] = -6 \cos x \Big|_{-\pi}^{\pi} = 0$$

..... 3p
b) Integrează succesiv prin părți și obține:
 $F(x) = x^3 \sin x + 3x^2 \cos x - 6x \sin x - 6 \cos x + C$ 2p
c) $\log_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{x^4} = 0$ (cu justificare) 2p
3. i) $c * c \stackrel{[2]}{=} (a * b) * (a * b) \stackrel{[1]}{=} a * b = c$ 3p
ii) $a * z \stackrel{[1]}{=} (a * b) * (z * z) \stackrel{[2]}{=} c * (z * z) \stackrel{[i]}{=} (c * c) * (z * z) \stackrel{[1]}{=} c * z$ 4p
4. a) $(8,17,3,107) \rightarrow (9,14,104,99) \rightarrow (5,90,5,90) \rightarrow (85,85,85,85) \rightarrow (0,0,0,0)$ 2p
b) $(5,7,11,19) \rightarrow (2,4,8,14) \rightarrow (2,4,6,12) \rightarrow (2,2,6,10) \rightarrow (0,4,4,8) \rightarrow$
 $\rightarrow (4,0,4,8) \rightarrow (4,4,4,4) \rightarrow (0,0,0,0)$ 3p
c) $(n, n, 1 - 4n, n) \rightarrow (0,5n - 1,5n - 1,0) \rightarrow (5n - 1,0,5n - 1,0) \rightarrow$
 $\rightarrow (5n - 1,5n - 1,5n - 1,5n - 1) \rightarrow (0,0,0,0)$ 2p