



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
13 aprilie 2014



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Tehnic

CLASA A IX-A

- Se consideră ecuația: $2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m = 0$, unde $m \in \mathbf{R}$.
 - Se cere m astfel încât ecuația să aibă rădăcini reale.
 - Arătați că $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 = 5$, $\forall m \in \mathbf{R}$, unde x_1 și x_2 sunt rădăcinile ecuației.
 - Se cer valorile lui m astfel încât ambele rădăcini ale ecuației să fie numere întregi.
- Se consideră funcțiile $f, g, h: [0,2] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -4x^2 + 4x$, $g(x) = ax + 1$, $h(x) = ax$, unde $a \in \mathbf{R}^+$.
 - Dacă $a = 2$, reprezentați grafic funcțiile f , g și h în același sistem de axe de coordonate (xOy) .
 - Arătați că $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$, $\forall x \in [0,2]$ dacă și numai dacă $a = 2$.
 - Dacă notăm cu A aria suprafeței cuprinsă între graficul funcției f , axa (Ox) și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 2$, arătați că $A \in (4,6)$.
- Pe o tablă sunt scrise numerele naturale $1, 2, 3, 4, \dots, 98, 99, 100$. Un elev șterge de pe tablă toate numerele care sunt în progresie aritmetică cu rația 2 și care încep cu numărul 1 . Un alt elev șterge și el toate numerele în progresie aritmetică cu rația 3 și care încep tot cu numărul 1 , după ce acestea au fost scrise din nou pe tablă.
 - Verificați dacă numerele 61 și 73 au fost șterse.
 - Calculați suma numerelor rămase.
- O bucată de tablă are forma unui triunghi ABC cu $AB = 13$ dm, $AC = 14$ dm și $BC = 15$ dm.
 - Să se calculeze aria triunghiului ABC și lungimea înălțimii AD corespunzătoare laturii BC .
 - Se decupează din bucată de tablă o placă în formă de dreptunghi $MNPQ$, unde $M, Q \in (BC)$, $N \in (AB)$, $P \in (AC)$ astfel încât $MN \parallel AD$ și $NP \parallel BC$. Notând $MN = x$, demonstrați că $A_{MNPQ} = \frac{15}{56} (56x - 5x^2)$. Știind că aria plăcii decupate este maximă, arătați că aceasta reprezintă 50% din aria plăcii ABC .

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7