



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
13 aprilie 2014



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Tehnic

CLASA A X-A

- Pentru $x, y \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ definim operația $x * y = \log_x y + \log_y x$.
 - Demonstrați că $n * n^3$ are o valoare constantă, oricare ar fi $n \in (1, \infty)$.
 - Demonstrați că $x * \frac{1}{y} = \frac{1}{x} * y$, oricare ar fi $x, y \in (0, \infty) \setminus \{1\}$.
 - Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $a^x * b - a * b^x = \frac{3}{2}(\log_b a - \log_a b)$, unde $a, b \in (1, \infty)$.
- Se consideră funcția $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$, definită prin relația $f(1) = 1$, $f(n) - nf(n-1) = n$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$.
 - Demonstrați că $f(1) + f(2) + \dots + f(n) \geq \frac{n(n+1)}{2}$, oricare ar fi numărul natural n , $n \geq 2$.
 - Verificați relația $(n+1)A_n^k = A_{n+1}^{k+1}$, oricare ar fi numerele naturale n, k cu $0 \leq k \leq n$.
 - Demonstrați că $f(n) = A_n^1 + A_n^2 + A_n^3 + \dots + A_n^n$, oricare ar fi numărul natural nenul n , utilizând eventual metoda inducției matematice.
- Un echipaj al Poliției Rutiere a constatat că au fost verificați un număr de **25** de conducători auto, majoritatea au fost în regulă, iar contravenienții au primit **2** sau **5** puncte de penalizare, valoarea amenzilor administrate fiind de **2700** lei. Știind că valoarea punctului de penalizare este de **75** lei, să se determine:
 - Câte puncte de penalizare au primit în total contravenienții?
 - Care este numărul maxim al conducătorilor auto care au primit **5** puncte de penalizare?
- În perioada boom-ului imobiliar prețul unui teren ultracentral a avut o creștere exponențială dată de legea $P(t) = P_0 \cdot 2^{kt}$, unde P_0 este prețul inițial, iar $P(t)$ este prețul după t ani. Știind că în anul **2004** prețul terenului era de **35000** euro, iar în **2006** prețul era de **42000** euro, estimați prețul terenului în **2008**, admitând că se păstrează tendința (se pot folosi valorile aproximative $\sqrt[3]{2} = 1,2$ și $\sqrt{2} = 1,4$).

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7