



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ  
13 aprilie 2014



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Tehnic

CLASA A XII-A

1. Se consideră polinoamele:

$$f = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1, \text{ cu rădăcinile } x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C} \text{ și}$$

$$g = x^3 - x^2 + x - 1, \text{ cu rădăcinile } y_1, y_2, y_3 \in \mathbb{C}.$$

a) Calculați  $y_1^{2014} + y_2^{2014} + y_3^{2014}$ .

b) Arătați că  $f = xg + 1$  și apoi demonstrați că  $g(x_1)g(x_2)g(x_3)g(x_4) \in \mathbb{N}$ .

c) Calculați  $f(y_1) + f(y_2) + f(y_3)$ .

2. Se dă funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 \cos x$  și fie  $F$  o primitivă a sa.

a) Să se calculeze:  $I = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ .

b) Să se determine primitivele funcției  $f(x)$ .

c) Aflați  $\log_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{x^4}$ .

3. Fie  $M$  o mulțime nevidă și „ $*$ ” o operație algebrică pe  $M$ , astfel încât:

$$(u * v) * (x * y) = u * y, \quad \forall u, v, x, y \in M.$$

Dacă  $a * b = c$ , cu  $a, b, c \in M$ , demonstrați că:

a)  $c * c = c$ :

b)  $a * z = c * z, \forall z \in M$ .

4. Cvadrupla de numere reale  $(a, b, c, d)$  trece, în prima etapă în cvadrupla  $(|a - b|, |b - c|, |c - d|, |d - a|)$  și apoi procedeul continuă după aceeași regulă cu noua cvadruplă. Găsiți cvadrupele finale în următoarele cazuri:

a) Plecând de la cvadrupla  $(8, 17, 3, 107)$ , după patru etape.

b) Plecând de la cvadrupla  $(5, 7, 11, 19)$ , după șapte etape.

c) Plecând de la cvadrupla  $(n, n, 1 - 4n, n)$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ , după patru etape.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7