INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAŞINI
ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil tehnic

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA A IX-A

1. Să se demonstreze că dacă ecuația de gradul al doilea: $ax^2+bc+c=0$ are rădăcini reale, atunci şi ecuațiile: $(a+b+c)\cdot x^2+(b+2a)\cdot x+a=0$, respectiv $c\cdot x^2+(b-2c)\cdot x+a-b+c=0$ au rădăcini egale.

Soluție:

Ecuația $ax^2+bc+c=0$ are rădăcini reale dacă $\Delta=b^2-4ac\geq 0$ 2p

Pentru ecuația $(a+b+c)\cdot x^2+(b+2a)\cdot x+a=0$, avem:

$\Delta_1=(b+2a)^2-4a(a+b+c)=b^2-4ac\geq 0\Rightarrow$ are rădăcini reale 3p

Pentru ecuația $c\cdot x^2+(b-2c)\cdot x+a-b+c=0$ avem:

$\Delta_2=(b-2c)^2-4c(a-b+c)=b^2-4ac\geq 0\Rightarrow$ are rădăcini reale 2p

2. Terasa unei cofetării are forma unui dreptunghi $ABCD$ în care $CD=8$ m , iar $tg(\measuredangle ABD)=1,75$.

a) Determinați suprafața terasei.

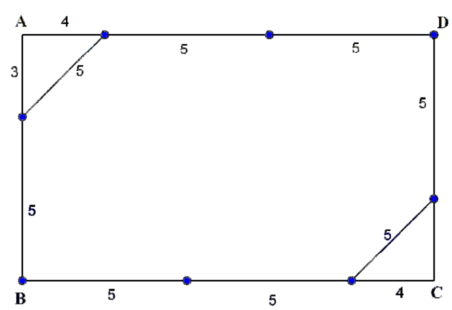
b) Patronul terasei a cumpărat opt arbuşti ornamentali pe care doreşte să-i dispună pe conturul terasei la distanța de 5 m unul față de celălalt. Justificați daca poate face acest lucru, prezentând un mod de dispunere a acestora .

Soluție:

a) În ΔABD, $m(\measuredangle BAD)=90^\circ$ obținem $tg(\measuredangle ABD)=\frac{AD}{AB}=\frac{7}{4}$, de unde $AD=14$ m 2p

Finalizare : Aria terasei $ABCD=AB\times AD=112\ \text{m}^2$ 2p

b) Se pot dispune cei opt arbuşti , respectând cerința, ca în figura alăturata: 3p



3. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC precum şi punctele $M\in[AB], N\in[BC]$ astfel încât $\frac{AM}{MB}=\frac{BN}{NC}=2$. Dacă P este un punct în planul triunghiului astfel încât $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{PC}$, atunci :

a) Demonstrați că punctele A, P şi C sunt coliniare.

b) Aflați $\frac{AP}{AC}$.

c) Demonstrați că $\sin(\measuredangle B) > \cos(\measuredangle C)$.

Soluție:

a) Deoarece $\frac{BN}{NC} = 2$, rezultă că $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$ 2p

Ținând cont că $\frac{AM}{MB} = 2$ va rezulta că $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AB}$, deci $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{MB} + \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$ 1p

Se obține $\overrightarrow{PC} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$, ceea ce conduce la concluzia dorită 1p

b) Din relația $\overrightarrow{PC} = \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$, deducem că $\frac{AP}{AC} = \frac{1}{3}$ 1p

c) Vom demonstra că $\sin\left(\hat{B}\right) - \cos\left(\hat{C}\right) > 0$

$\sin\left(\hat{B}\right) - \cos\left(\hat{C}\right) = \sin\left(\hat{B}\right) - \sin\left(90 - \hat{C}\right) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\hat{C} + \hat{B} - 90}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\hat{B} - \hat{C} + 90}{2}\right)$ 1p

Deoarece triunghiul este ascutitunghic rezulta ca $\sin\left(\frac{\hat{C} + \hat{B} - 90}{2}\right) > 0$ si $\cos\left(\frac{\hat{B} - \hat{C} + 90}{2}\right) > 0$,

deci $2 \cdot \sin\left(\frac{\hat{C} + \hat{B} - 90}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\hat{B} - \hat{C} + 90}{2}\right) > 0$ 1p

4. În ultimele trei turnee de tenis Simona Halep a disputat , în total , un număr impar de meciuri. Ştiind că fiecare meci a avut două sau trei seturi, numărul meciurilor disputate care au avut două seturi este mai mare decât numărul meciurilor disputate care au avut trei seturi , iar tenismena a disputat, în cele trei turnee, un număr total de 25 de seturi , se cere :

a) Câte meciuri a câte trei seturi pe meci a disputat tenismena ?

b) Câte meciuri a disputat tenismena în cele trei turnee?

Soluție:

Fie x - numărul meciurilor disputate în trei seturi şi y - numărul meciurilor disputate în două seturi. Atunci $x < y$ şi $x + y =$ impar 1p

Obține $3x + 2y = 25$ 1p

În mod necesar x trebuie sa fie număr impar 1p

Dacă $x = 1$ rezultă că $y = 11$, nu convine deoarece $x + y = 12$(par) 1p

Dacă $x = 3$ rezultă că $y = 8$ 1p

Dacă $x = 5$ rezultă că $y = 5$, nu convine deoarece trebuie $x < y$ 1p

Orice alt caz contravine cerinței $x < y$, deci singura soluție $x = 3$ şi $x + y = 11$ 1p