



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

Profil Tehnic

CLASA A XII-A



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

- Se consideră polinomul $f = x^4 - 8x^3 + ax^2 + 8x + b$, $f \in \mathbb{R}[X]$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.
 - Arătați că $f(1) = 0$ dacă și numai dacă $a + b + 1 = 0$.
 - Determinați valoarea numărului real a pentru care $x_1 + x_4 = x_2 + x_3$.
 - Determinați numerele reale a și b astfel încât rădăcinile polinomului $f \in \mathbb{R}[X]$ să fie în progresie aritmetică.

- Se consideră inelul aritmetic al claselor de resturi modulo 9, notat cu $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$.
 - Calculați suma în $(\mathbb{Z}_9, +, \cdot)$: $s = \hat{1} \cdot \hat{2} + \hat{2} \cdot \hat{3} + \hat{3} \cdot \hat{4} + \hat{4} \cdot \hat{5} + \hat{5} \cdot \hat{6} + \hat{6} \cdot \hat{7} + \hat{7} \cdot \hat{8}$
 - Să se rezolve ecuația matriceală în inelul matricelor $M_2(\mathbb{Z}_9)$: $\begin{pmatrix} \hat{4} & \hat{5} \\ \hat{3} & \hat{1} \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} \hat{4} & \hat{1} \\ \hat{7} & \hat{8} \end{pmatrix}$
 - Arătați că matricea $A = \begin{pmatrix} \hat{a} & \hat{b} \\ \hat{c} & \hat{d} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_9)$ este inversabilă dacă și numai dacă $\det A \in \{\hat{1}, \hat{2}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{7}, \hat{8}\}$

- Se consideră numerele $I(a) = \int_0^1 \frac{e^x}{e^x + ax + 1} dx$ și $J(a) = \int_0^1 \frac{1}{e^x + ax + 1} dx$, unde $a \in [0, +\infty)$ este parametru.
 - Calculați $I(0)$.
 - Calculați $J(0)$.
 - Determinați numărul real pozitiv a pentru care este adevărată relația: $I(a) + a \cdot J(a) = 2$

- Rata cu care o familie utilizează, într-o zi, energia electrică (în kW / oră) este $K(t)$ dată de relația $K'(t) = 5t \cdot e^{-t}$, unde $t \in [0; 24]$ este timpul exprimat în ore.
 - Câți kW folosește familia în primele 4 ore ale zilei?
 - Câți kW consumă familia în 30 de zile?(În calcule se va lua $e \approx 3$. Rezultatele se vor exprima sub formă zecimală cu două zecimale exacte.)

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.