INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAŞINI
ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

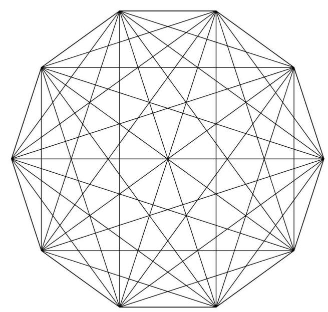
Profil filologie / ştiințe sociale

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA A XI-A

1. Zece prieteni au de realizat un proiect. Pentru a stabili telefonic detaliile proiectului, fiecare trebuie să comunice, obligatoriu, cu fiecare din grup, o dată şi numai o dată. Câte convorbiri telefonice au loc?

Soluție:

Construim graful asociat problemei.
Se observă că este un graf complet cu 10 noduri,
iar fiecare convorbire reprezintă o muchie a grafului.
.... 2 p



Aşadar, vor fi tot atâtea convorbiri, câte muchii are graful complet cu 10 noduri
(9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 3 + 2 + 1), deci 45.. 5 p

2. La un PetShop sunt 20 de pisici cu ochii albaştri sau verzi şi cu blana cu firul scurt sau lung. Se ştie că 30% dintre pisici nu au ochii albaştri, iar 60% dintre pisici au blana cu firul scurt. Dintre pisicile cu părul scurt, 50% au ochii albaştri.
a) Există pisici cu ochii verzi şi blana cu firul scurt?
b) Aflați câte pisici au ochii albaştri şi blana cu firul lung.

Soluție:

30% din 20 = 6 pisici au ochii verzi.. 1 p
20 – 6 = 14 pisici au ochii albaştri.. 1 p
60% din 20 = 12 pisici au blana cu firul scut.. 1 p
50% din 12 = 6 pisici au ocii albaştri şi blana cu firul scurt.. 1 p
12 – 6 = 6 pisici au ochii verzi şi blana cu firul scurt.. 1 p
6 – 6 = 0 pisici au ochii verzi şi blana cu firul lung .... 1 p
14 – 6 = 8 pisici au ochii albaştri şi blana cu firul lung... 1 p

3. Fie seria statistică:

Vârsta x	7≤ x < 14	14≤ x < 24	24≤ x < 34	34≤ x < 44	44≤ x < 54	54≤ x < 80
Efective	5	17	21	20	17	20
Frecvențe cumulate crescător						

a) Completați, în procente, tabelul la rubrica frecvențe cumulate crescător.
b) Construiți poligonul frecvențelor cumulate crescător, care are vârfurile M_1, M_2,..., M_6, unde abscisa reprezintă vârsta, iar ordonata reprezintă frecvența cumulată crescător.
c) Stabiliți clasa mediană şi calculați mediana seriei.

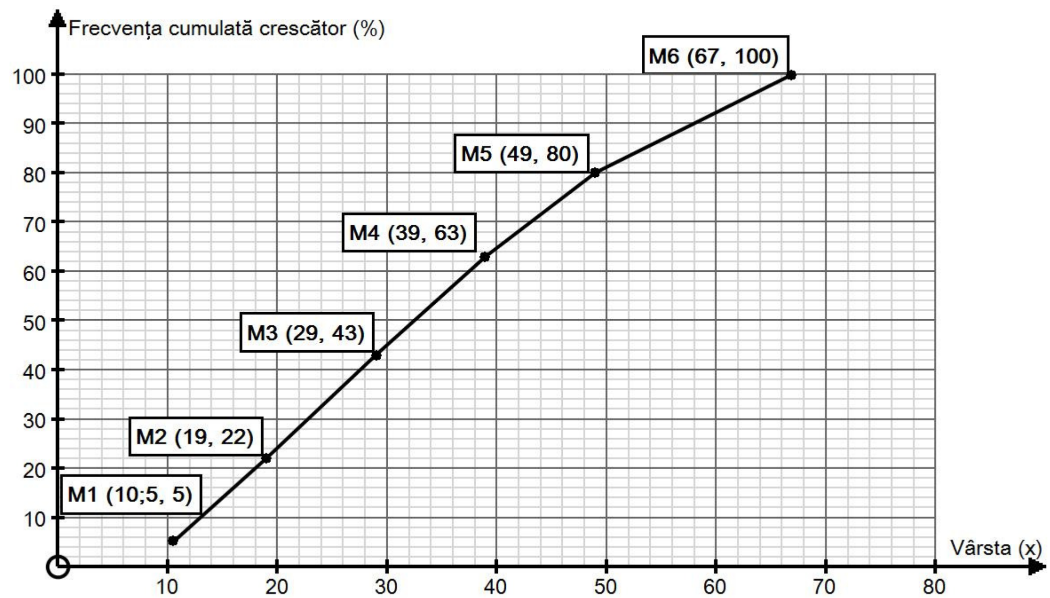
<u>Soluție:</u>

a) ....1 p

Vârsta x	7≤ x < 14	14≤ x < 24	24≤ x < 34	34≤ x < 44	44≤ x < 54	54≤ x < 80
Efective	5	17	21	20	17	20
Frecvențe cumulate crescător	5%	22%	43%	63%	80%	100%

b) Seria statistică având caracteristica de tip continuu (vârsta), punctele $M_i \left(i=\overline{1,6}\right)$ vor avea drept abscisă media clasei corespunzătoare, iar drept ordonată frecvența absolută cumulată crescător 1p

Obținem $M_1(10,5;5); M_2(19;22); M_3(29;43); M_4(39;63); M_5(49;80); M_6(67;100)$ 1p



.... 1p

c) Clasa mediană este [34,44), ... 1p

Mediana cu variabila cantitativă de tip continuu este $M_e = L + \frac{C_M - N_{i-1}}{n_i}\cdot k$, unde L este limita inferioară a clasei mediane; C_M este cota medianei, $C_M = \begin{cases} \frac{N}{2}, \text{dacă } N \text{ este par} \\ \frac{N+1}{2}, \text{dacă } N \text{ este impar} \end{cases}$; N_{i-1} este frecvența absolută cumulată crescător până la clasa mediană, n_i este frecvența absolută corespunzătoare clasei mediane, iar k este amplitudinea clasei medianei $\left(x_{i+1} - x_i\right)$ 1p

$N = 100; C_M = \frac{N}{2} = 50; M_e = 34 + \frac{50-43}{20}\cdot 10 = 37,5$ 1p

4. Fie K_n un graf complet neorientat (orice două noduri sunt unite printr-o muchie) cu n noduri.

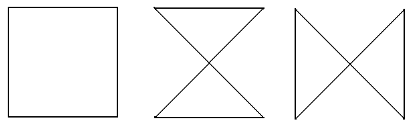
a) Pentru n=4 construiți (**separat**) imaginea pentru fiecare circuit hamiltonian (drum care trece prin fiecare nod al grafului o singură dată, cu excepția extremităților care coincid) din K_4.

b) Calculați câte circuite hamiltoniene distincte există într-un graf K_n complet neorientat cu n noduri.

<u>Soluție:</u>

Subiectul IV

a) Într-un graf complet cu 4 noduri neorientat sunt 3 circuite hamiltoniene:



.... 2 p

b) Algoritmul de calcul al numărului de circuite hamiltoniene distincte dintr-un graf K_n complet neorientat cu n noduri este următorul:

Pasul 1. Se observă că într-un graf complet orientat cu n noduri, numărul circuitelor hamiltoniene este n! (cele n noduri se pot parcurge în P_n moduri distincte) .... 2 p

Paul 2. Se observă că într-un graf complet neorientat cu n noduri, coincid acele circuite hamiltoniene care au aceeaşi configurație, iar ordinea nodurilor este fie în sens trigonometric, fie în sens invers trigonometric (de exemplu, 1-2-3-4-1 coincide cu 1-4-3-2-1), deci numărul circuitelor hamiltoniene se reduce la jumătate, devenind n!/2 .... 1 p

Pasul 3. Se observă că într-un graf complet neorientat cu n noduri, coincid acele circuite hamiltoniene care au aceeaşi configurație, iar ordinea nodurilor este păstrată, alegându-se ca extremitate a ciclului, oricare dintre nodurile circuitului (de exemplu, 1-2-3-4-1 coincide cu 2-3-4-1-2; 3-4-1-2-3; 4-3-2-1-4), deci numărul circuitelor hamiltoniene se micşorează de n ori, devenind (n-1)!/2 .... 2 p