



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
7 mai 2016
Profil Tehnic



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A X-A

- Se consideră mulțimea $M = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 1\}$
 - Demonstrați că $z_1 = -\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ și $z_2 = \cos t - i \cdot \sin t$ aparțin mulțimii M , oricare ar fi $t \in \mathbb{R}$.
 - Demonstrați că pentru orice $z_1, z_2 \in M$ și produsul $z_1 \cdot z_2 \in M$.
 - Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției " **Dacă** $z_1 \cdot z_2 \in M$ **și** $z_1 \in M$, **atunci** $z_2 \in M$ "
- Se consideră dreptele $(d_m): y = m \cdot x + \sqrt{3} - m$, $m \in \mathbb{R}$
 - Pentru $m = 1$, determinați coordonatele simetricului punctului $O(0,0)$ față de dreapta (d_1) .
 - Demonstrați că dreptele (d_m) trec printr-un punct fix.
 - Dacă $m, n \in \mathbb{R}$, $m \neq n$, $OP \perp d_m$, $OQ \perp d_n$, să se demonstreze că $PQ \leq 4$.
- Se consideră mulțimea $M_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$
 - Determinați valoarea lui n știind că mulțimea M_n are 21 de submulțimi nevide cu cel mult două elemente.
 - Pentru $n = 6$, determinați numărul perechilor (A, B) formate din mulțimi având două elemente în comun și $A \cup B = M_6$.
- Într-o colonie formată din $n = 2016$ bacterii intră un virus. În primul minut el omoară două bacterii, apoi se divizează în doi noi viruși și concomitent fiecare dintre bacteriile rămase se divizează de asemenea în alte două bacterii. În minutul următor cei doi viruși omoară câte două bacterii, apoi cei doi viruși și toate bacteriile rămase se divizează din nou în două, și așa mai departe. După cât timp întreaga colonie de bacterii va fi omorâtă? (în ore și minute)

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.