



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA NAȚIONALĂ
7 mai 2016
Profil Tehnic

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XI-A

1. Se consideră $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{2x} + x + \cos x$
- Să se studieze monotonia lui f .
 - Să se arate că f este bijectivă.
 - Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{f^{-1}(x)}$.
2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x\sqrt{x} - 3\ln \sqrt{x}$.
- Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abscisă $x_0 = 4$.
 - Să se demonstreze că $x\sqrt{x} \geq 3\ln \sqrt{x} + 1, \forall x > 0$.
 - Demonstrați că $\frac{1\sqrt{1} + 2\sqrt{2} + \dots + n\sqrt{n}}{n} \geq 1 + 3\ln \sqrt[n]{n!}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
3. a) Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu $\det(A) = 504$, să se determine $\det(2 \cdot A)$.
- b) Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $\det(A) \neq 0$, să se demonstreze că $\det(A^*) = \det(A)$;
 A^* - reprezintă matricea adjunctă asociată matricei A .
- c) Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $\det(A) \neq 0$ și $A^* = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, să se determine matricea A .
4. O firmă de dezapezire are la dispoziție echipele A, B, C pentru a interveni la o urgență. Analizând situația s-a constatat ca echipele A și B ar remedia situația în 12 ore, echipele B și C ar remedia situația în 15 ore, iar echipele A și C ar remedia situația în 20 de ore.
- În câte ore ar remedia situația cele trei echipe lucrând împreună?
 - Dacă numai o echipă poate fi repartizată acestei lucrări, care este timpul minim în care va fi remediată situația?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.