INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAȚIONALĂ
7 mai 2016

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Științe sociale

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE
CLASA A XI-A

1. La o stație meteorologică sunt înregistrate temperaturile dimineața, la prânz și seara. S-a constatat că la prânz temperatura este cu 30% mai mare decât dimineața, iar seara se înregistrează o scădere cu 20% a temperaturii față de prânz. Se știe că diferența de temperatură dintre seară și dimineață este de un grad.
a) Să se calculeze cele trei temperaturi măsurate.
b) Cu cât la sută s-a mărit temperatura seara față de dimineața.

Soluție.

Dacă x este temperatura de dimineață, la prânz va fi $\frac{13x}{10}$, iar cea de seara $\frac{26x}{25}$

.... 2p

$x = 25^0 C$ 1p

Temperaturile vor fi: $25^0 C; 32{,}5^0 C$ și respectiv $26^0 C$ 2p

Temperatura de seara este cu 4% mai mare decât dimineața 2p

2. Seria statistică următoare reprezintă numărul de tablete vândute de o firmă într-o lună, luând ca valori clasele ce reprezintă prețul lor în euro.

Preț (euro)	[40;80)	[80;120)	[120;160)	[160;200)	[200;240)	[240;280]
Număr de tablete	50	70	90	100	50	40

a) Calculați prețul mediu al unei tablete vândute de firmă și aflați clasa mediană.
b) În luna următoare numărul de tablete vândute crește sau scade cu același procent în fiecare clasă. Care sunt clasele cu creșteri de vânzări astfel încât numărul total de tablete vândute este același?

Soluție.

a) Prețul mediu este $m = (60\cdot 50 + 100\cdot 70 + 140\cdot 90 + 180\cdot 100 + 220\cdot 50 + 260\cdot 40) : 400 = 155$

.... 1p

Tabloul frecvențelor cumulate crescător este

Preț	[40;80)	[80;120)	[120;160)	[160;200)	[200;240)	[240;280]
Număr de tablete	50	70	90	100	50	40
Frecvența cumulată crescător	50	120	210	310	360	400

.... 1p
Clasa mediană este intervalul $[120;160)$ 1p
b) Dacă $p\%$ este procentul de creștere sau descreștere,

obținem $\frac{p}{100}(\pm 50 \pm 70 \pm 90 \pm 100 \pm 50 \pm 40) = 0$ 1p

Convenabil este +50 – 70 – 90 + 100 + 50 – 40 = 0 sau – 50 +70 + 90 – 100 – 50 + 40 = 0
.... 2p
Creșteri în prima, a patra și a cincea clasă sau în a doua, a treia și a șasea clasă 1p

3. Într-o regiune, fiecare dintre cele n orașe existente este legat în mod direct, prin căi ferate, de exact alte trei 3 orașe, astfel încât traseul minim ce pleacă dintr-un oraș A și se întoarce tot în A conține 4 legături directe.
a) Determinați numărul minim de orașe care pot fi legate astfel.
b) În condițiile problemei, este posibil să avem 9 orașe?

Soluție.
a) Asociem problemei graful G ale cărui vârfuri sunt cele n orașe și muchiile sunt legăturile directe de căi ferate.
Dacă x_1 este vârf al lui G, notăm cu x_2, x_3, x_4 vârfurile adiacente cu el. Vârfurile x_2, x_3, x_4 nu sunt adiacente două câte două, altfel ar exista un ciclu elementar(traseu) de lungime 3 .... 2p
x_2 va fi adiacent și cu alte două orașe x_5 și x_6 .... 1p
x_3 și x_4 vor fi și ele adiacente cu x_5 și x_6 .... 1p
Numărul minim de orașe este 6 .... 1p
b) $3 \cdot 9 = 2m$, unde m este numărul de muchii 1p
Nu este posibil 1p

4. Un graf-turneu este un graf orientat complet astfel încât între oricare două vârfuri distincte x și y există unul și numai unul dintre arcele (x, y) sau (y, x). Pentru un graf-turneu cu n vârfuri $x_1, x_2, ..., x_n$ notăm cu r_i numărul arcelor care intră în x_i și cu s_i numărul arcelor care ies din x_i.
a) Justificați că: $r_1 + r_2 + ... + r_n = s_1 + s_2 + ... + s_n = \frac{n(n-1)}{2}$.
b) Arătați că: $r_1 r_2 + r_1 r_3 + ... + r_1 r_n + r_2 r_3 + ... + r_{n-1} r_n = s_1 s_2 + s_1 s_3 + ... + s_1 s_n + s_2 s_3 + ... + s_{n-1} s_n$.

Soluție.
a) Un graf complet cu n vârfuri are $\frac{n(n-1)}{2}$ arce 1p
Fiecare arc al grafului este numărat o dată ca arc de intrare într-un vârf și o dată ca arc de ieșire din alt vârf, deci sumele sunt egale cu numărul de arce ale grafului 1p
b) Graful-turneu este complet, deci $r_i + s_i = n - 1$ pentru orice $i = \overline{1, n}$. 1p
$r_1^2 + r_2^2 + ... + r_n^2 = (n-1-s_1)^2 + (n-1-s_2)^2 + ... + (n-1-s_n)^2 =$ 1p
$= n(n-1)^2 - 2(n-1)(s_1 + s_2 + ... + s_n) + s_1^2 + s_2^2 + ... + s_n^2 = s_1^2 + s_2^2 + ... + s_n^2$ 1p
$(r_1 + r_2 + ... + r_n)^2 = (s_1 + s_2 + ... + s_n)^2$ 1p
Deci, $r_1 r_2 + r_1 r_3 + ... + r_1 r_n + r_2 r_3 + ... + r_{n-1} r_n = s_1 s_2 + s_1 s_3 + ... + s_1 s_n + s_2 s_3 + ... + s_{n-1} s_n$. 1p