



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ  
7 mai 2016

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## CLASA A XII-A

1. Fie  $X$  o matrice pătratică de ordinul al doilea, cu elemente numere reale, care verifică ecuația  $X^2 + X - A = O_2$ , unde  $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
  - a) Arătați că  $X = A$  verifică ecuația din enunț.
  - b) Arătați că  $(2X + I_2)^2 = \begin{pmatrix} -7 & -16 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$ .
  - c) Determinați toate soluțiile ecuației din enunț.
2. Într-un sistem de axe carteziene  $xOy$  se consideră punctele  $O(0,0)$ ,  $A(2,2)$  și  $B_n\left(\frac{2n}{n^2+1}, \frac{n^2-1}{n^2+1}\right)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .
  - a) Determinați aria triunghiului  $OAB_1$ .
  - b) Determinați ecuația dreptei  $AB_{-1}$ .
  - c) Pot fi coliniare punctele  $B_0, B_1, B_n$ ? Justificați răspunsul!
3. Pe mulțimea numerelor reale considerăm legea de compoziție asociativă " $\circ$ " definită prin  $x \circ y = xy - 6x - 6y + 42$ , pentru orice  $x, y$  numere reale.
  - a) Determinați elementul neutru al acestei legi.
  - b) Arătați că  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2016} = (x-6)^{2016} + 6$ .
  - c) Determinați numerele reale  $x$  care verifică ecuația  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2016} = x^2 - 12x + 42$ .
4. Printre elementele unei matrice cu 4 linii și 4 coloane există 4 litere, astfel încât se află o singură literă pe fiecare linie, pe fiecare coloană și pe fiecare dintre cele două diagonale. Câte soluții există, dacă cele 4 litere sunt identice? Dar dacă sunt diferite? Justificați răspunsul!

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.