CONCURSUL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA NAȚIONALĂ
20 mai 2017

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman- Științe Sociale

Clasa a XI –a

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

În Republica Fantasia se organizează din cinci în cinci ani alegeri prezidențiale. La ultimele alegeri, numărul cetățenilor cu drept de vot a fost de 10 milioane. La funcția de președinte au candidat Abberatius A. și Bravisimus B.. Au fost prezenți la urne 75% din numărul total al cetățenilor cu drept de vot. Abberatius a câștigat alegerile cu 50% din voturile exprimate, Bravisimus a obținut doar 45% iar 5% din voturi au fost anulate.

a) Câți dintre cetățenii prezenți la urne l-au votat pe câștigător și câte voturi au fost anulate?
b) Presupunând că printre cei care nu au votat există un număr suficient de simpatizanți ai lui Bravisimus, care este numărul minim dintre aceștia, care ar fi trebuit să vină la vot pentru ca Bravisimus să câștige alegerile (presupunem că rămâne constant numărul de voturi pentru Abberatius și numărul de voturi anulate). În acest caz, calculați care ar fi procentele de voturi primite pentru fiecare candidat.

Soluție:

a) Notăm $P_A =$ nr voturi în favoarea candidatului Abberatius, $P_B =$ nr voturi în favoarea candidatului Bravisimus, $P_N =$ nr voturi anulate.

Avem atunci $P_A = 3.750.000$ voturi, $P_B = 3.375.000$ voturi, $P_N = 375.000$ voturi.............................**2 p**

b) Se calculează numărul celor care nu au votat, 2.500.000. Diferența dintre numărul de voturi exprimate în favoarea celor doi candidați este de 375.000.
Pentru a câștiga alegerile, în condițiile în care Abberatius rămâne cu același număr de voturi, Bravisimus are nevoie de minim 375.001 de voturi. ………………...……………………………..…**2p**
În acest caz numărul de voturi exprimate este 7.500.000+375.001=7.875.001 ………………………**1p**
Dacă notăm cu p_A, p_B procentele de voturi în favoarea celor doi candidați, avem:

$p_A = \dfrac{3.750.000}{7.875.001} \cdot 100$ sau $p_A \simeq 47,61904$ ……………………………………………………….……....**1p**

$p_B = \dfrac{3.750.001}{7.875.001} \cdot 100$ sau $p_B \simeq 47,61905$ …………………………………………………………......**1p**

Problema 2.

Seria statistică de mai jos reprezintă numărul elevilor n_i , din clasa a a XI-a de la un liceu, care au vizionat în semestrul al doilea x_i spectacole la teatrul din localitate:

x_i	0	1	2	3	4	5	6
n_i	8	27	21	12	7	3	2

a) Calculați numărul mediu de spectacole vizionate de un elev din clasa a XI-a în semestrul al doilea.
b) Care este abaterea medie liniară a seriei?
c) Care este abaterea medie pătratică a seriei?
d) Calculați coeficientul de variație v al seriei statistice.

Soluție:

a) $m_a = \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{7} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{7} n_i} = \dfrac{0\cdot 8+1\cdot 27+2\cdot 21+3\cdot 12+4\cdot 7+5\cdot 3+6\cdot 2}{80} = 2$ .... **1 p**

b) abaterea medie liniară va fi:

$$\overline{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - m_a\right|\cdot n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{|0-2|\cdot 8+|1-2|\cdot 27+|2-2|\cdot 21+|3-2|\cdot 12+|4-2|\cdot 7+|5-2|\cdot 3+|6-2|\cdot 2}{80}$$

$\overline{d} = \dfrac{86}{80} = 1,075$ .... **2 p**

c) $\sigma^2 =$ dispersia, $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - m_a\right)^2\cdot n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \dfrac{32+27+0+12+28+27+32}{80} = \dfrac{158}{80} = 1,975$ .... **2 p**

Abaterea medie pătratică $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,975} \simeq 1.405$ ....,... **1 p**

d) $\upsilon = \dfrac{\overline{d}}{m_a}\cdot 100 = \dfrac{1,075}{2}\cdot 100 = 53.75 \Rightarrow 53.75\%$ ....,,...,...... **1 p**

sau $\upsilon = \dfrac{\sigma}{m_a}\cdot 100 = \dfrac{1.405}{2}\cdot 100 = 70.25 \Rightarrow 70.25\%$

Problema 3.

Un graf G are n vârfuri și p componente conexe. Arătați că:

a) $m \le C_{n-p+1}^{2}$, unde m reprezintă numărul maxim de muchii ale grafului G.
b) Pentru ce grafuri inegalitatea de la punctul a) devine egalitate?

Soluție:

a) Presupunem că există două componente conexe care conțin n_1, respectiv n_2 vârfuri, $n_1 \ge n_2 \ge 2$ .... **1 p**
Facem transformarea:

- suprimăm (eliminăm) un vârf x din componenta cu n_2 vârfuri și îl ducem în componenta cu n_1 vârfuri

- unim vârful x cu cele n_1 vârfuri existente. .... **3 p**

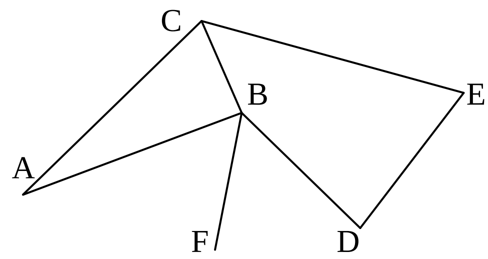
Se obține un nou graf G_1 cu m_1 muchii, astfel încât $m_1 = m - (n_2 - 1) + n_1 = m + (n_1 - n_2) + 1 \geq m + 1$.

Relația $m_1 \geq m + 1$ contrazice maximalitatea lui m din graful G...**1 p**

b) Egalitatea se obține dacă fiecare componentă conexă este subgraf complet al lui G........ .... **2 p**

Problema 4.

Se dă graful din figura de mai jos:



a) Determinați numărul de noduri și muchii ale grafului.
b) Determinați ordinul fiecărui nod.
c) Identificați două drumuri care unesc vârful A cu vârful E.
d) Eliminați cât mai puține muchii pentru ca graful rămas să fie arbore.

Soluție:

a) 6 noduri și 7 muchii…….. **2 p**
b) $ord(A) = 2, ord(B) = 4, ord(C) = 3, ord(D) = 2, ord(E) = 2, ord(F) = 1$ .... **2 p**
c) $ACE, ABDE$ etc .... **1 p**
d) Trebuie eliminate cel puțin două muchii (de exemplu: AC, CE) ....**2 p**