MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

ETAPA NAȚIONALĂ
12 mai 2018

Filiera Teoretică: profilul Uman

Clasa a XI –a

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

Problema 1. Într-o localitate locuiesc 20000 de persoane cu ochi verzi, albaştri sau căprui. Nu toţi spun adevărul. 30% dintre cei cu ochi verzi spun că au ochi albaştri, 10% dintre cei cu ochi albaştri spun că au ochi verzi, iar 30% dintre cei cu ochi căprui spun că au ochi albaştri. Într-o zi, toţi locuitorii localităţii răspund la întrebarea „Ce culoare au ochii dumneavoastră?”, întrebare la care 60% dintre ei au spus că au ochi albaştri. Câţi locuitori cu ochi albaştri sunt în acea localitate?

BAREM DE CORECTURĂ

Notăm cu v, a şi c, numărul de persoane cu ochi verzi, albaştri, respectiv căprui.

$\begin{cases} v+a+c=20000 \\ 30\%\cdot v+90\%\cdot a+30\%\cdot c=60\%\cdot 20000 \end{cases}$ **3p**

$\begin{cases} v+a+c=20000 \\ v+3a+c=40000 \end{cases}$ **2p**

$a=10000$ persoane cu ochi albaştri **2p**

Problema 2. La un concurs în care punctajele iau valori de la 0 la 100 au participat 24 elevi. Rezultatele concursului au fost grupate în următorul tabel:

Punctaje	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100]$
Nr. elevi				8	

a) Determinaţi frecvenţele absolute ale fiecărui interval de valori ştiind că sunt îndeplinite următoarele condiţii:
(i) numărul elevilor care au obţinut cel puţin 60 puncte reprezintă 50% din numărul total de participanţi.
(ii) frecvenţele absolute ale primelor patru intervale formează o progresie aritmetică de raţie 2.
b) Determinaţi mediana seriei statistice formată cu punctajele obţinute la concurs.
c) Arătaţi că: $2\cdot|Me-M|=|Me-Mo|$, unde M este valoarea medie a punctajelor obţinute, Me este mediana seriei statistice şi Mo este modulul(dominanta) seriei statistice.

BAREM DE CORECTURĂ

a) $50\%\cdot 24=12$ elevi care au obţinut cel puţin 60 puncte, iar 4 elevi au punctaje în intervalul $[80;100]$ **1p**

Din (ii) rezultă că sunt 2, 4 şi 6 elevi cu punctaje în intervalele $[0;20)$, $[20;40)$, respectiv $[40;60)$ **1p**

b)

Punctaje	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100]$
Nr. elevi	2	4	6	8	4
Frecv. abs. cumulată crescător	2	6	12	20	24

Clasa mediană este $[40;60)$, iar

$Me = l + \frac{k}{n_i} \cdot (C_M - N_{i-1}) = 40 + \frac{20}{6} \cdot (12-6) = 60$ **2p**

unde l este limita inferioară a clasei mediane, k este amplitudinea clasei mediane, C_M este cota medianei, iar N_{i-1} este frecvenţa absolută cumulată crescătoare până la clasa mediană.

c) $M = \frac{10\cdot 2 + 30\cdot 4 + 50\cdot 6 + 70\cdot 8 + 90\cdot 4}{24} = 56,(6)$ **1p**

Clasa modală este $[60;80)$.

$Mo = l + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \cdot k = 60 + \frac{(8-6)}{(8-6)+(8-4)} \cdot 20 = 66,(6)$ **1p**

$2 \cdot |Me - M| = |Me - Mo| \Leftrightarrow 2 \cdot |60 - 56,(6)| = |60 - 66,(6)| \Leftrightarrow 2 \cdot 3,(3) = 6,(6)$ adevărat......................................**1p**

unde l este limita inferioară a clasei modale, k este amplitudinea clasei modale, Δ_1 şi Δ_2 sunt valorile absolute ale diferenţelor dintre frecvenţa clasei modale şi aceea a clasei anterioare ei, respectiv clasei următoare.

Problema 3. a) Fie graful G cu vârfurile $x_1, x_2, ..., x_n, n \geq 5$. Determinați numărul minim de muchii astfel încât graful să aibă trei puncte izolate.

b) La un concurs 78 elevi au fost repartizați în mod egal în 26 camere. Spunem că între două camere se poate stabili o *relație de bună colaborare* dacă cel puțin patru din elevii repartizați în ele sunt din același județ. Determinați numărul minim de *relații de bună colaborare* astfel încât trei camere să nu poată stabili *relații de bună colaborare* .

BAREM DE CORECTURĂ

a) Dacă n este impar numărul minim de muchii este $\frac{n-3}{2}$ **2p**

dacă n este par numărul minim de muchii este $\frac{n-4}{2} + 1 = \frac{n-2}{2}$ **2p**

b) Graf cu 26 vârfuri, din care 3 sunt izolate..**2p**

$\frac{26-2}{2} = \frac{24}{2} = 12$ numărul minim de *relații de bună colaborare* **1p**

Problema 4. Între localitățile $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ există drumurile directe $L_1L_2, L_1L_3, L_1L_4, L_1L_5, L_2L_3, L_2L_4, L_3L_4, L_3L_5, L_3L_6, L_4L_5, L_5L_6$.

a) Câte drumuri mai trebuie construite astfel încât între oricare două localități să existe un drum direct?

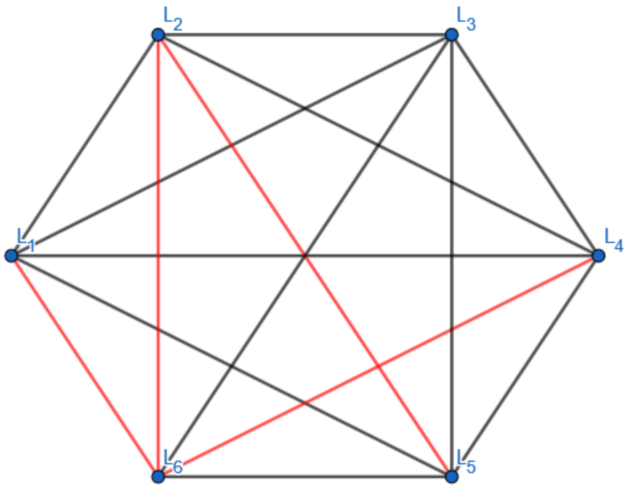
b) Care este numărul minim de drumuri ce trebuie închise astfel încât pentru orice localitate $L_i, i = \overline{1,6}$, să **nu** se poată forma un circuit elementar, cu cel puțin trei localități, cu plecarea din L_i și sosirea tot în L_i?

BAREM DE CORECTURĂ

a) Asociem un graf cu vârfurile $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6$ și muchiile $L_1L_2, L_1L_3, L_1L_4, L_1L_5, L_2L_3, L_2L_4, L_3L_4, L_3L_5, L_3L_6, L_4L_5, L_5L_6$ **1p**

$C_6^2 = 15$ muchii **1p**

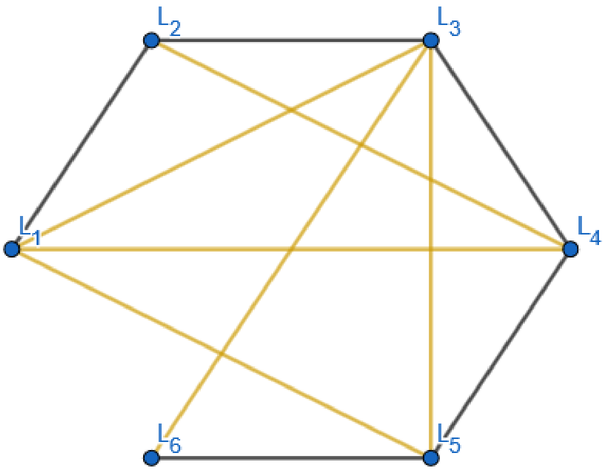
$15 - 11 = 4$. Trebuie construite 4 drumuri..**2p**



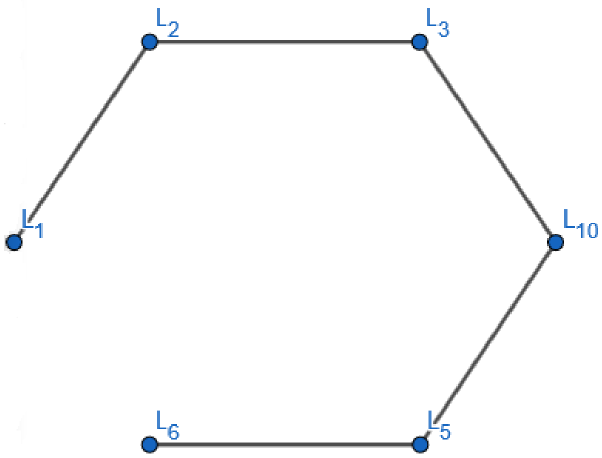
b) Obținerea unui graf arbore cu 6 vârfuri și 5 muchii..**2p**

Trebuie să închidem $11-5=6$

drumuri **1p**



$\Rightarrow$



Notă: *Orice altă rezolvare corectă se punctează conform baremului.*